1.1.13 Zrychlení

Předpoklady: 1112

Pedagogická poznámka: Je potřeba postupovat v první části hodiny tak, aby na příkladu 6 a dál zbylo alespoň 20 minut.

zrychlení udává změnu rychlosti za změnu času

značíme ho písmenkem *a* (od anglického acceleration)

definiční vztah: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

$\Rightarrow$ **vztah mezi zrychlením a rychlostí je stejný jako mezi rychlostí a dráhou**

Př. 1: Najdi základní jednotku zrychlení.

Jednotku spočteme z definičního vztahu:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{1\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{1\mathrm{s}} = 1\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Základní jednotkou zrychlení je $\mathrm{m/s}^2$.

Pedagogická poznámka: Předchozí příklad mě trochu zklamal. Většina studentů byla zcela bezradná, nemá tedy cenu příliš otálet s řešením u tabule.

Př. 2: Doplň tabulku zachycují prvních 0,3 s pohybu padajícího míče o čtvrtou řádku s hodnotami zrychlení pro jednotlivé intervaly.

Protože zrychlení je definováno pomocí rychlosti stejně jako rychlost pomocí dráhy, budeme při výpočtu zrychlení používat řádek s rychlostí a stejný postup jako pro výpočet rychlosti:

čas [s]	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3
dráha [m]	0,000	0,001	0,011	0,035	0,074	0,128	0,196
rychlost [m/s]	0,000	0,020	0,200	0,480	0,780	1,080	1,360
zrychlení [m/s^2]	0,000	0,4	3,600	5,600	6,000	6,000	5,600

Pedagogická poznámka: Opět se objeví docela velký počet studentů, kteří začnou zrychlení počítat špatně. Naprosté většině z nich však stačí pouhé upozornění, aby se opravili a začali počítat správně.

Př. 3: Urči z tabulky:
a) průměrné zrychlení během prvních 0,3 s pádu míče
b) průměrné zrychlení v 0,3 sekundě pádu míče

budeme dosazovat do vztahu $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ odpovídající hodnoty z tabulky

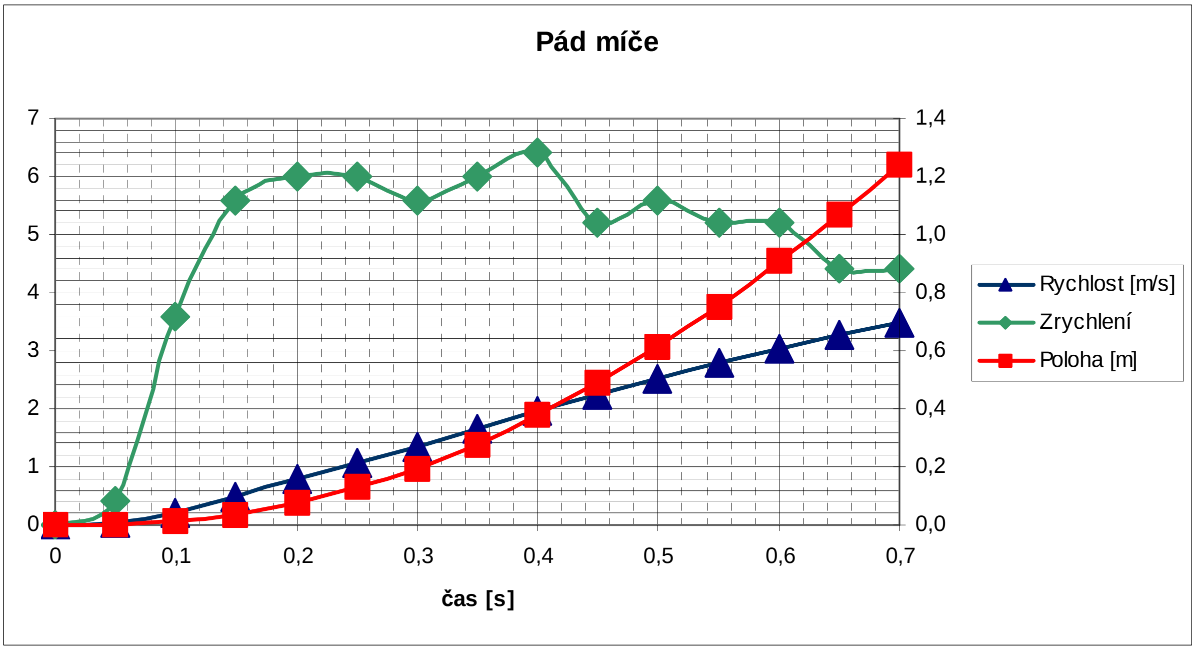
a) průměrné zrychlení během prvních 0,3 s pádu míče

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{1,360-0}{0,3-0}\,\mathrm{m/s^2}=4,53\,\mathrm{m/s^2}$$

b) průměrné zrychlení v 0,3 sekundě pádu míče

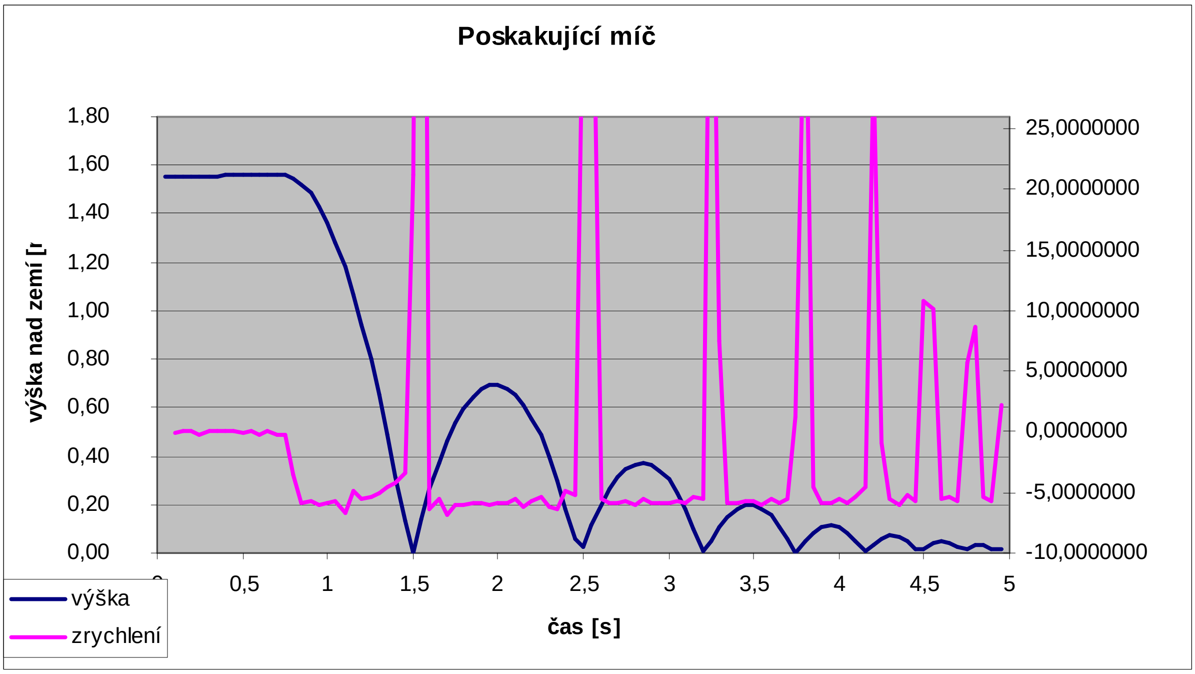
$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{1,360-0,780}{0,3-0,2}\,\mathrm{m/s^2}=\frac{0,580}{0,1}\,\mathrm{m/s^2}=5,8\,\mathrm{m/s^2}$$

Př. 4: Dokresli do obrázku z minulé hodiny ke grafům dráhy a rychlosti graf zrychlení. Rozhodni, která z veličin popisujících rovnoměrný pohyb má podobný graf jako zrychlení popisující pád míče.



Grafem zrychlení je přibližně vodorovná přímka. Podobný graf měla u rovnoměrného pohybu rychlost.

Ještě lépe je vidět, že míč se mimo odrazy pohybuje s konstantním zrychlením, z grafu celého pohybu.



Ve chvílích mezi odrazy se hodnoty zrychlení pohybují kolem $-6\,\mathrm{m/s^2}$.

Pohyb se stále stejnou hodnotou zrychlení je rovnoměrný pro zrychlení, říkáme mu tedy **rovnoměrně zrychlený pohyb**.

Př. 5: Zkus vysvětlit:
a) Proč jsou kladné hodnoty zrychlení ve chvílích, kdy se míč odráží, daleko větší než záporné hodnoty ve chvílích, kdy míč volně padal?
b) Může mít snižování hodnoty zrychlení před prvním odrazem reálný základ nebo jde pouze o chybu měření?

a) Proč jsou kladné hodnoty zrychlení ve chvílích, kdy se míč odráží, daleko větší než záporné hodnoty ve chvílích, kdy míč volně padal?
Zrychlení je dáno vzorcem $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$: změna rychlosti, kterou mezi dvěma odrazy způsobí záporné zrychlení $-6\,\mathrm{m/s^2}$, je přibližně stejná jako změna rychlosti, kterou způsobí odraz. Odraz však trvá podstatně kratší dobu (přibližně 0,2 s oproti 1 s). Ve jmenovateli zlomku je tedy daleko menší číslo a to způsobí větší výsledné zrychlení.
Jinak řečeno. Zrychlení při odrazu má daleko kratší čas a proto musí být daleko větší, aby dokázalo způsobit stejnou změnu pohybu jako zrychlení při volném pádu.

b) Může mít snižování hodnoty zrychlení před prvním odrazem reálný základ nebo jde pouze o chybu měření?
Nafukovací míč je poměrně velký a proto na něj působí odpor vzduchu, který se snaží jeho pohyb zpomalit. Odpor vzduchu se zvětšuje s rychlostí, kterou se předmět pohybuje, a proto se začal projevovat pouze před prvním odrazem, kdy byla rychlost míče největší.

Př. 6: Sprinter při běhu na 100 m zrychlí během 4 s na rychlost 14 m/s. Urči jeho zrychlení.

Dosadíme do vzorce pro zrychlení:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{14-0}{4-0}\,\mathrm{m/s^2} = 3{,}5\,\mathrm{m/s^2}$$

Sprinter se na počátku běhu na 100 pohybuje s průměrných zrychlením $3{,}5\,\mathrm{m/s^2}$.

Př. 7: Jedním z údajů uváděných při testech automobilů je zrychlení 0-100 km/h. Podle testu v aktuálním čísle časopisu Týden zrychlí při tomto testu modernizovaná verze BMW 330d z 0 na 100 km/h za 6 s. Urči zrychlení tohoto automobilu.

Velmi podobné předchozímu příkladu.
POZOR: Konečnou rychlost musíme převést na m/s: $100\,\mathrm{km/h} = 27{,}8\,\mathrm{m/s}$.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{27{,}8-0}{6-0}\,\mathrm{m/s^2} = 4{,}6\,\mathrm{m/s^2}$$

BMW 330d se při testu pohybuje se zrychlením $4{,}6\,\mathrm{m/s^2}$.

Př. 8: Automobil jedoucí rychlostí 90 km/h zastaví při čelním nárazu do zdi za 0,08 s. Urči průměrné zrychlení automobilu při nárazu.

Stejné jako předchozí příklady:
$90\,\mathrm{km/h} = 25\,\mathrm{m/s}$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-25}{0{,}08}\,\mathrm{m/s^2} = -312{,}5\,\mathrm{m/s^2}$$

Automobil (lépe řečeno jeho zadní část) se při nárazu do zdi pohybuje se zrychlením $-312{,}5\,\mathrm{m/s^2}$.

Pedagogická poznámka: Pokud studenti zapomenou na znaménko, nepovažuji příklad za správně vyřešený.

Hodnota zrychlení je záporná (zrychlení zmenšovalo rychlost. Podobná situace jako u rychlosti, která při návratu zmenšovala hodnotu polohy).
Hodnota zrychlení je obrovská (31 g, tedy 31 krát větší než zrychlení, které způsobuje přitahování Země) $\Rightarrow$ taková srážka má fatální důsledky (ještě se tím budeme zabývat).

$\Rightarrow$ **význam zrychlení**: rychlost 90 km/h není ničím nebezpečná, pokud se nám z ní podaří zastavit za 5 s (se zrychlením o velikosti $5\,\mathrm{m/s^2}$), nebude to pro nás žádný problém, pokud zastavíme za 0,08 s (se zrychlením o velikosti $312{,}5\,\mathrm{m/s^2}$) skončíme skoro jistě v márnici

Př. 9: Kámen se v počáteční fázi volného pádu pohybuje se zrychlením $10\,\mathrm{m/s^2}$. Urči jeho rychlost po 0,5 s pokud:
a) ho necháme volně padat z výšky
b) pokud ho hodíme z věže směrem dolů rychlostí 8 m/s
c) pokud ho hodíme směrem vzhůru rychlostí 8 m/s

Nejdříve si spočítáme, jak se změní rychlost kamenu kvůli zrychlení:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \Delta v = a \cdot \Delta t = 10 \cdot 0{,}5\,\mathrm{m/s} = 5\,\mathrm{m/s}$$

Teď můžeme dopočítat zbytek příkladu:
a) ho necháme volně padat z výšky

Kámen má pouze rychlost udělenou zrychlením $\Rightarrow$ $v = 5\,\text{m/s}$
b) pokud ho hodíme z věže směrem dolů rychlost 8 m/s
Rychlost udělená zrychlením se sčítá s původní rychlostí kamene $\Rightarrow$ $v = 8 + 5\,\text{m/s} = 13\,\text{m/s}$
c) pokud ho hodíme směrem vzhůru rychlostí 8 m/s
Rychlost udělená zrychlením se odečítá od původní rychlosti kamene $\Rightarrow$ $v = 8 - 5\,\text{m/s} = 3\,\text{m/s}$

Pedagogická poznámka: U předchozího příkladu by studenti měli použít zdravý rozum. V tomto okamžiku nejde o to, aby zcela rozuměli znaménkům u vektorů, ale měli by intuitivně poznat, kdy mají k původní rychlosti změnu způsobenou zrychlením přičíst a kdy ji mají odečíst.

Př. 10: Sestav rovnici pro rychlost rovnoměrně zrychleného pohybu.

Budeme postupovat stejně jako v předchozím příkladu
Když se rychlost zvětšuje z nuly, je přímo úměrná zrychlení a času $\Rightarrow$ $v = at$
Pokud předmět už nějakou rychlost měl, musíme ji přičíst ke změně rychlosti způsobené zrychlením $\Rightarrow$ $v = v_0 + at$

Shrnutí: Rychlost rovnoměrně zrychleného pohybu je dána rovnicí $v = v_0 + at$.