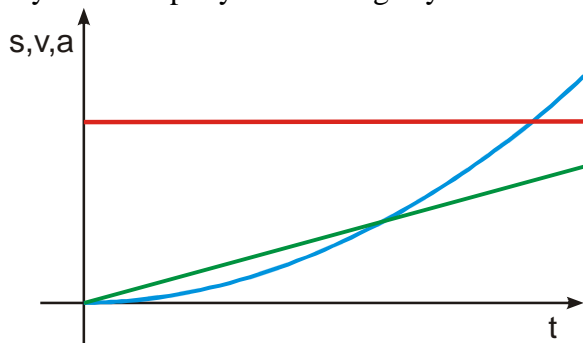


1.1.19 Rovnoměrně zrychlený pohyb v grafech

Předpoklady: 1114

Př. 1: Na obrázku jsou nakresleny grafy dráhy, rychlosti a zrychlení rovnoměrně zrychleného pohybu. Přiřaď grafy veličinám.



rovnoměrně zrychlený pohyb:

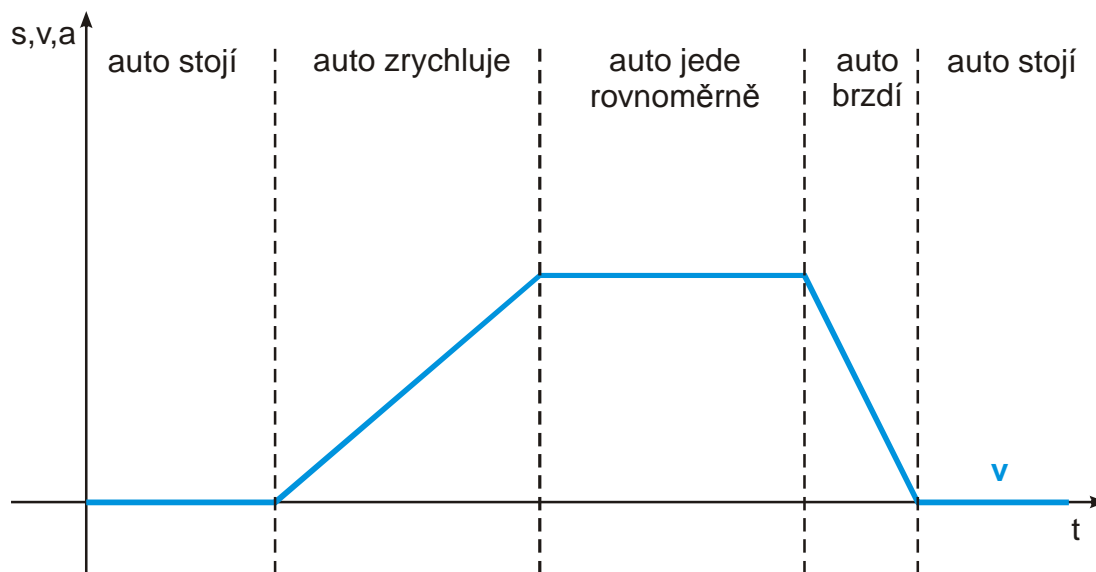
- zrychlení je stále stejné, nemění se v čase \Rightarrow grafem musí být vodorovná čára \Rightarrow graf zrychlení je červený
- rychlost rovnoměrně roste \Rightarrow grafem rychlostí musí být přímka (šikmá) \Rightarrow graf rychlosti je zelený
- dráha roste nerovnoměrně, přibývá čím dál rychleji \Rightarrow grafem dráhy musí být křivka s rostoucí strmostí \Rightarrow graf dráhy je modrý

Př. 2: Načrtni do jednoho obrázku grafy všech tří pohybových veličin pro následující pohyb: Auto stojí, pak se rovnoměrně rozjíždí, určitou dobu jede rovnoměrně, pak rychle zastaví a stojí.

Nejdříve nakreslím graf rychlost, tato veličina souvisí přímo se zrychlením i dráhou.

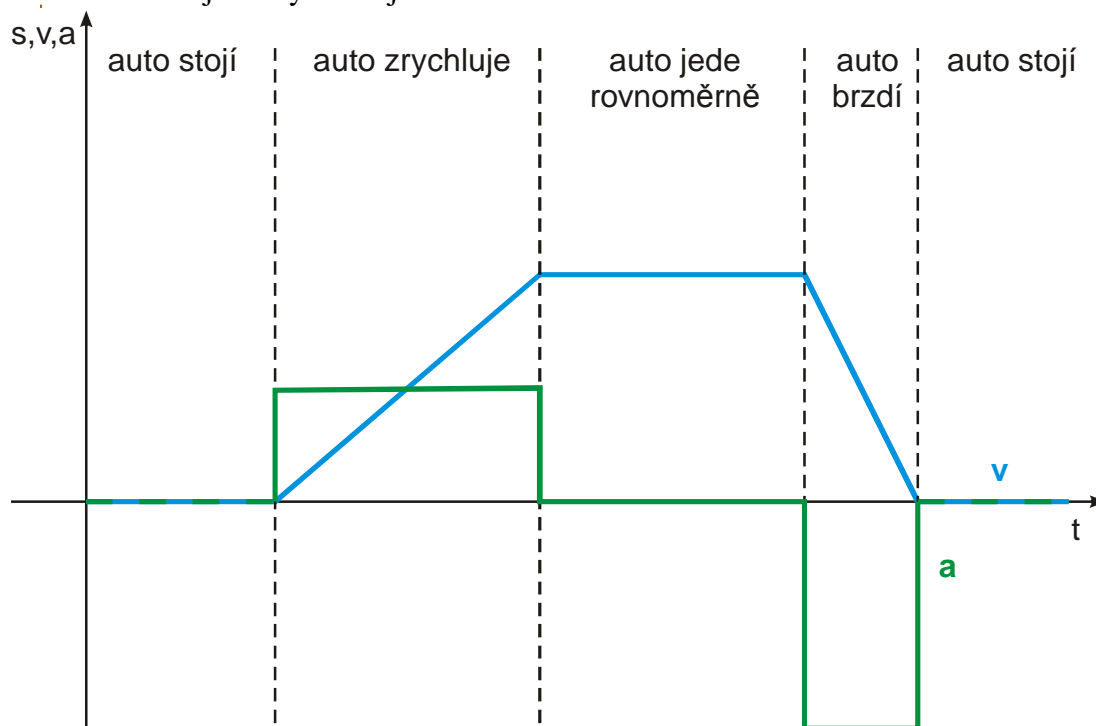
Graf rychlosti se skládá z těchto částí:

- auto stojí \Rightarrow rychlost je nulová \Rightarrow vodorovná čára ležící na ose x
- auto zrychluje \Rightarrow rychlost rovnoměrně roste \Rightarrow šikmá přímá čára
- auto jede rovnoměrně \Rightarrow rychlost je stále stejná \Rightarrow vodorovná čára
- auto zastavuje \Rightarrow rychlost se rovnoměrně zmenšuje \Rightarrow šikmá čára směřující k nule (více strmá než při urychlování)
- auto stojí \Rightarrow rychlost je nulová \Rightarrow vodorovná čára ležící na ose x



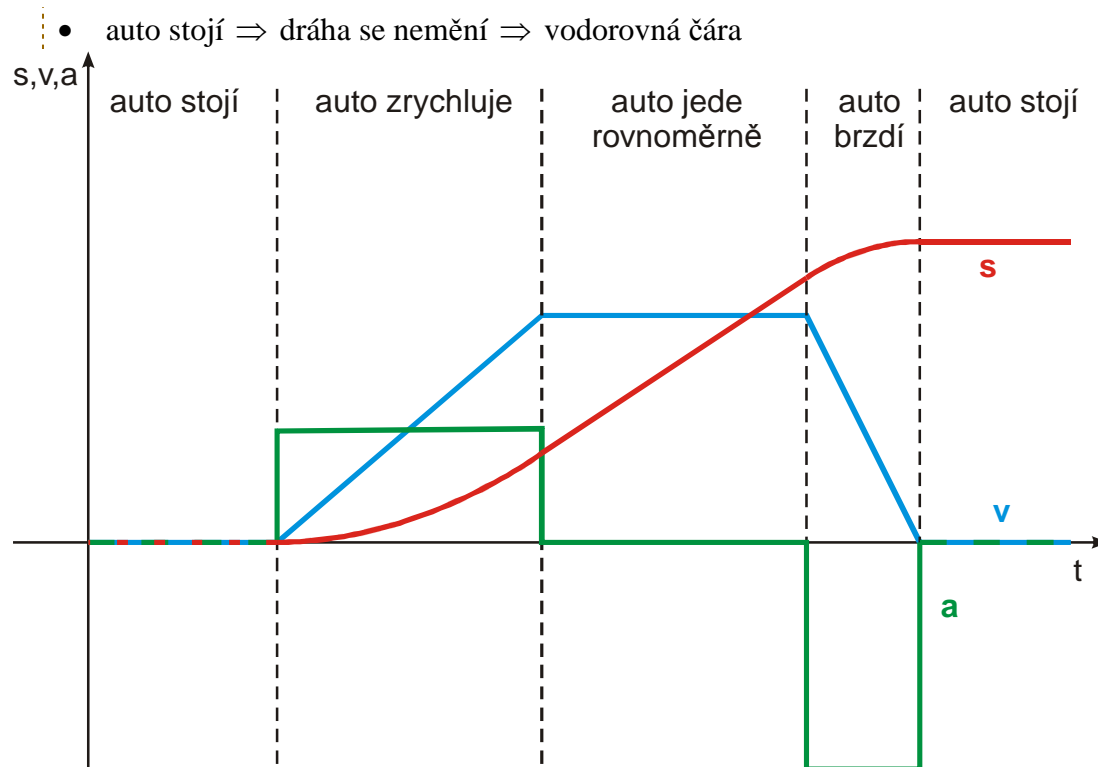
Graf zrychlení se skládá z těchto částí:

- auto stojí \Rightarrow zrychlení je nulové \Rightarrow vodorovná čára ležící na ose x
- auto zrychluje \Rightarrow zrychlení je stále stejné \Rightarrow vodorovná čára
- auto jede rovnoměrně \Rightarrow zrychlení je nulové \Rightarrow vodorovná čára na ose x
- auto zastavuje \Rightarrow zrychlení je stále stejné, záporné a jeho velikost větší než při rozjíždění \Rightarrow vodorovná čára vzdálenější od osy x než při zrychlování
- auto stojí \Rightarrow rychlost je nulová \Rightarrow vodorovná čára ležící na ose x



Graf dráhy se skládá z těchto částí:

- auto stojí \Rightarrow dráha je nulová \Rightarrow vodorovná čára ležící na ose x
- auto zrychluje \Rightarrow dráha přibývá stále rychleji \Rightarrow křivka s rostoucí strmostí
- auto jede rovnoměrně \Rightarrow dráha přibývá stále stejně rychle \Rightarrow šikmá čára se stejnou strmostí jakou měla křivka z předchozí části pohybu na konci
- auto zastavuje \Rightarrow dráha přibývá stále pomaleji \Rightarrow křivka s klesající strmostí, na konci vodorovná



Pedagogická poznámka: Problematika předchozího příkladu se podrobněji rozebírá ještě v hodině 1122, takže není nic tragického pokud studenti nebudou zcela úspěšní. Je potřeba sledovat, aby všechny grafy spolu souhlasily. Společně si kontrolujeme situaci po nakreslení každého ze tří grafů. Zejména u grafu dráhy je možné kontrolovat správnost i poměrně podrobně (třeba napojení jednotlivých částí).

Pedagogická poznámka: Následující příklad je rozšířenou variantou předchozího s nutností spočítat konkrétní hodnoty. Většinou ho přeskakujeme a počítají ho pouze ti nejlepší.

Př. 3: Automobil nejdříve zrychloval 5 s ze zrychlením 2 m/s^2 , pak jel 4 s rovnoměrně a pak zastavil se zpomalením 5 m/s^2 . Nakresli co nejpřesněji do jednoho obrázku s popsanými osami grafy všech tří veličin.

Až na úvodní část, kdy automobil z předchozího příkladu stál jde o stejný příklad \Rightarrow grafy budou vypadat stejně, jenom máme popsat osy \Rightarrow musíme spočítat veličiny pro jednotlivé části pohybu:

- **1. zrychlování:** $t_1 = 5 \text{ s}$, $a_1 = 2 \text{ m/s}^2$, $v_1 = a_1 t_1 = 2 \cdot 5 \text{ m/s} = 10 \text{ m/s}$,
 $s_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = \frac{1}{2} 2 \cdot 5^2 \text{ m} = 25 \text{ m}$
- **2. rovnoměrný pohyb:** $t_2 = 4 \text{ s}$, $a_2 = 0 \text{ m/s}^2$, $v_2 = v_1 = 10 \text{ m/s}$,
 $s_2 = v_2 t_2 = 4 \cdot 10 \text{ m} = 40 \text{ m}$

- **3. zpomalování:** $a_3 = -5 \text{ m/s}^2$, $v_3 = 0 \text{ m/s}$, $v_{30} = 10 \text{ m/s}$,

$$v_3 = v_{30} + a_3 t_3 \Rightarrow t_3 = \frac{v_3 - v_{30}}{a_3} = \frac{0 - 10}{-5} \text{ s} = 2 \text{ s}$$

$$s_3 = v_{30} t_3 + \frac{1}{2} a_3 t_3^2 = 10 \cdot 2 + \frac{1}{2} (-5) \cdot 2^2 \text{ m} = 10 \text{ m}$$

⇒

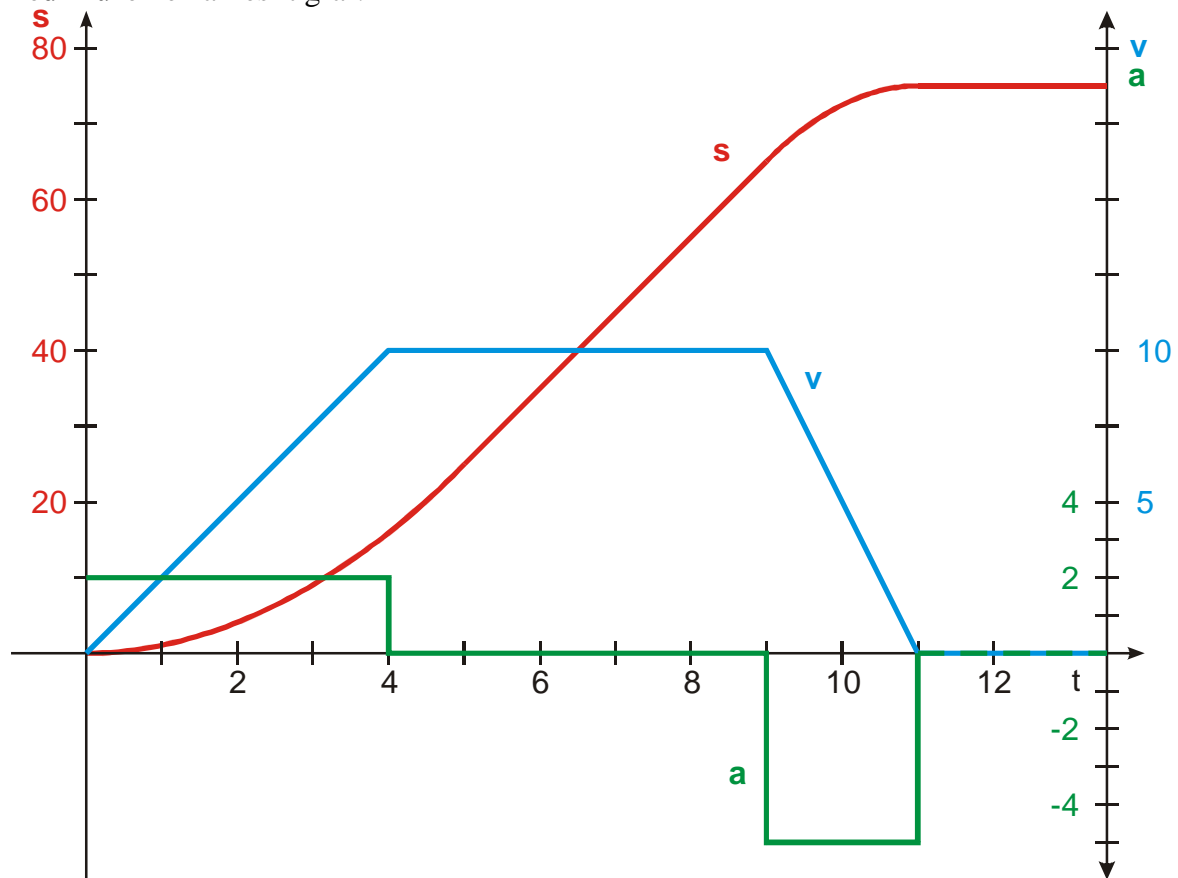
celková dráha: $s = s_1 + s_2 + s_3 = 25 + 40 + 10 \text{ m} = 75 \text{ m}$

celkový čas: $t = t_1 + t_2 + t_3 = 5 + 4 + 2 \text{ s} = 11 \text{ s}$

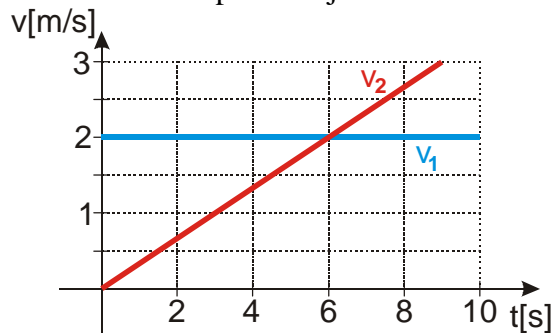
nejvyšší rychlost: $v_{\text{max}} = v_1 = 10 \text{ m/s}$

největší velikost zrychlení: $a_{|\text{max}|} = a_3 = -5 \text{ m/s}^2$

Teď můžeme nakreslit graf:



Př. 4: Dvě tělesa se pohybují ve stejném směru a jsou v čase $t = 0\text{ s}$ ve stejném místě. Grafy jejich rychlostí jsou na obrázku. Urči druhy pohybu, kterými se pohybují. Kdy a kde se tělesa opět setkají?



První těleso se pohybuje rovnoměrným pohybem. Jeho rychlost se nemění a je stále $v_1 = 2\text{ m/s}$. Druhé těleso se pohybuje rovnoměrně zrychleně s nulovou počáteční rychlostí, protože jeho rychlost rovnoměrně stoupá. Velikost zrychlení můžeme určit pomocí rychlosti $v_2 = 2\text{ m/s}$ v 6 s. Až do šesté sekundy, kdy se rychlosti vyrovnají se pohybuje první těleso rychleji a druhému se vzdaluje. Od šesté sekundy se pohybuje rychleji druhé těleso a první postupně dohání. Ve chvíli setkání obě tělesa urazí od počátku stejnou dráhu.

Zrychlení druhého tělesa: $v_2 = a_2 t \Rightarrow a_2 = \frac{v_2}{t}$

Čas setkání:

$$s_1 = s_2$$

$$v_1 t_s = \frac{1}{2} a_2 t_s^2$$

$$\frac{2v_1}{a_2} = t_s$$

Uražená dráha k místu setkání (jako dráha prvního tělesa):

$$s = v_1 t_s = v_1 \frac{2v_1}{a_2} = \frac{2v_1^2}{a_2}$$

Dosazení:

$$a_2 = \frac{v_2}{t} = \frac{2}{6} \text{ m/s}^2 = \frac{1}{3} \text{ m/s}^2$$

$$t_s = \frac{2v_1}{a_2} = \frac{2 \cdot 2}{\frac{1}{3}} = 12 \text{ s}$$

$$s = \frac{2v_1^2}{a_2} = \frac{2 \cdot 2^2}{\frac{1}{3}} \text{ m} = 24 \text{ m}$$

Tělesa se potkají za 12 sekund ve vzdálenosti 24 m od počátku.

Poznámka: Je důležité si uvědomit, že obrázek informuje o rychlostech těles a ne jejich dráze. Společný průsečík tedy není místem setkání, ale bodem, který nás informuje, že v čase 6 s měla obě tělesa stejnou rychlost.

Čas setkání lze určit i pomocí grafu rychlostí. 6 sekund získávalo první těleso náskok. Rozdíly rychlostí obou těles v tomto intervalu jsou stejné jako rozdíly rychlostí těles po 6 sekund, od

kteřé je druhé těleso rychlejší. Napřříklad v 3 sekundě je první těleso o 1 m/s rychlejší než druhé, čemuž odpovídá fakt, že v 9 sekundě je o 1 m/s rychlejší druhé. Doba, po kterou druhé těleso dohání první se tak musí rovnat době, kdy se první druhému vzdalovalo.

Př. 5: Sestav pohybovou tabulku pro rovnoměrně zrychlený pohyb kamene padajícího s nulovou počáteční rychlostí a se zrychlením 10 m/s^2 . Použij časový interval 0,1 s. Ověř výsledek pomocí vzorce pro dráhu rovnoměrně zrychleného pohybu.

Pohyb kamene je rovnoměrně zrychlený \Rightarrow můžeme vyplnit nejspodnější řádku tabulky:

čas [s]	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
dráha [m]	0										
rychlost [m/s]	0										
zrychlení [m/s ²]	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10

pro změnu rychlosti platí: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \Delta v = a \cdot \Delta t = 10 \cdot 0,1 \text{ m/s} = 1 \text{ m/s} \Rightarrow$ během každého

intervalu vzroste rychlost o 1 m/s \Rightarrow můžeme postupně doplňovat druhý řádek tabulky

čas [s]	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
dráha [m]	0										
rychlost [m/s]	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
zrychlení [m/s ²]	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10

Chceme spočítat dráhu v čase 0,1 s. Vzorec: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta s = v \cdot \Delta t$

Problém: Neznáme rychlost v intervalu 0 s – 0,1 s (rychlost se měnila) \Rightarrow máme dvě možnosti:

- použijeme rychlost v čase 0 s: $\Delta s = v \cdot \Delta t = 0 \cdot 0,1 \text{ m} = 0 \text{ m}$ (určitě méně než kámen ve skutečnosti urazil)
- použijeme rychlost v čase 0,1 s: $\Delta s = v \cdot \Delta t = 1 \cdot 0,1 \text{ m} = 0,1 \text{ m}$ (určitě více než kámen ve skutečnosti urazil)

\Rightarrow dvě možnosti, jak doplnit tabulku

počítáme s rychlostmi na začátku intervalu (dráha vchází menší než ve skutečnosti)

čas [s]	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
dráha [m]	0	0	0,1	0,3	0,6	1	1,5	2,1	2,8	3,6	4,5
rychlost [m/s]	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
zrychlení [m/s ²]	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10

počítáme s rychlostmi na konci intervalu (dráha vchází větší než ve skutečnosti)

čas [s]	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
dráha [m]	0	0,1	0,3	0,6	1	1,5	2,1	2,8	3,6	4,5	5,5
rychlost [m/s]	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
zrychlení [m/s ²]	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10

Výpočet pomocí vzorce:

$$s = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 1^2 \text{ m} = 5 \text{ m}$$

Spočtená vzdálenost leží přesně uprostřed mezi hodnotami z tabulek.

Při obou výpočtech v tabulkách děláme chybu. Předpokládáme, že rychlost byla během celého intervalu konstantní, ale ona se měnila. Čím delší interval používáme, tím větší chyba ve výpočtu vznikne (tím méně platí náš předpoklad o stále stejné rychlosti).

Shrnutí: