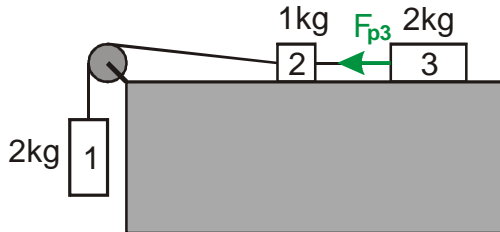


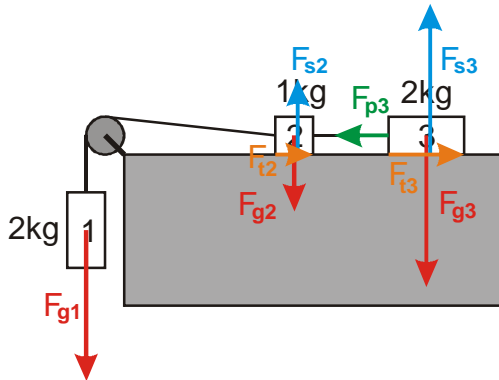
## 1.2.11 Tření a valivý odpor II

### Předpoklady: 1210

**Př. 1:** Urči zrychlení soustavy závaží na obrázku. Urči vyznačenou sílu, kterou působí provázek na závaží 3. Hmotnost kladek i provázku zanedbej. Koeficient tření mezi závažími a vodorovnou rovinou se rovná 0,5.



Nakreslíme do obrázku vnější síly, které působí na jednotlivá závaží:

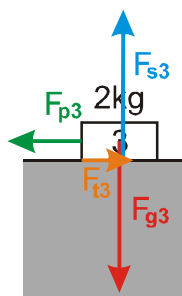


- Síly  $F_{g2}$  a  $F_{s2}$  neovlivňují urychlování soustavy.
- Síly  $F_{g3}$  a  $F_{s3}$  neovlivňují urychlování soustavy.

⇒ Urychlování soustavy ovlivňují pouze síly  $F_{g1}$ ,  $F_{t2}$  a  $F_{t3}$ .

$$a = \frac{F}{m} = \frac{F_{g1} - F_{t2} - F_{t3}}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{m_1 g - m_2 g f - m_3 g f}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{2 \cdot 10 - 1 \cdot 10 \cdot 0,5 - 2 \cdot 10 \cdot 0,5}{2 + 1 + 2} \text{ m/s}^2 = 1 \text{ m/s}^2$$

**Výpočet síly  $F_{p3}$ :**



Síla  $F_{p3}$  působí proti síle  $F_{t3}$  a jejich rozdíl se rovná výslednici  $F_{v3}$ , která urychluje závaží 3 ⇒ platí  $F_{v3} = F_{p3} - F_{t3}$ .

$$a = \frac{F_{v3}}{m_3} \Rightarrow F_{v3} = a m_3$$

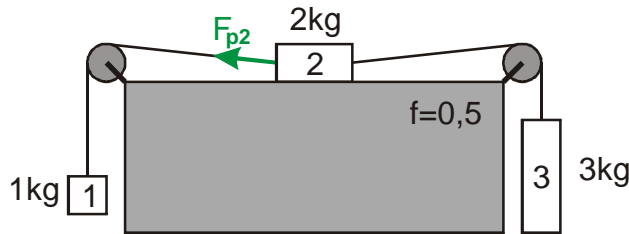
$$F_{p3} - F_{t3} = a m_3 \Rightarrow F_{p3} = F_{t3} + a m_3 = m_3 g f + m_3 a = m_3 (g f + a) = 2(10 \cdot 0,5 + 1) \text{ N} = 12 \text{ N}$$

Soustava závaží na obrázku zrychluje se zrychlením  $1 \text{ m/s}^2$ , provázek působí na závaží 3 silou o velikosti 12 N.

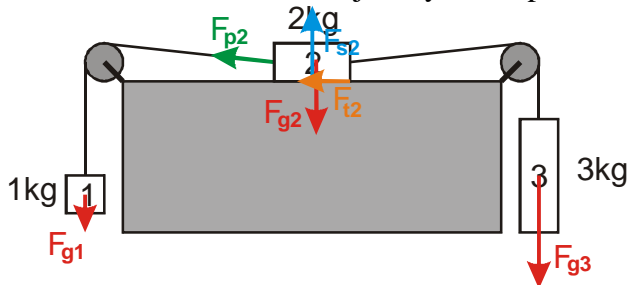
**Pedagogická poznámka:** U předchozího příkladu je důležité, aby si studenti uvědomili, že započtením třecí síly se postup řešení vůbec nemění, pouze má na zrychlování vliv

více sil a je nutné použít další vzorec při jejich konečném vyjadřování.  
 U horších studentů je třeba trvat na tom, aby postupovali v krocích: obrázek, vyjádření zrychlení ze sil, dosažení vzorců pro jednotlivé síly. Jenom tak si udrží přehled a neztratí se.

**Př. 2:** Urči zrychlení soustavy závaží na obrázku. Urči vyznačenou sílu, kterou působí provázek na závaží 2. Hmotnost kladek i provázku zanedbej. Koeficient tření mezi závažími a vodorovnou rovinou se rovná 0,5.



Nakreslíme do obrázku vnější síly, které působí na jednotlivá závaží:



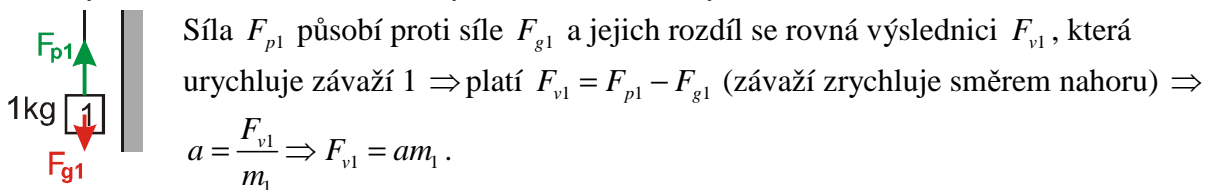
- Síly  $F_{g2}$  a  $F_{s2}$  neovlivňují urychlování soustavy.

$\Rightarrow$  Zrychlování soustavy ovlivňují síly  $F_{g1}$ ,  $F_{t2}$  a  $F_{g3}$ .

$$a = \frac{F}{m} = \frac{F_{g3} - F_{g1} - F_{t2}}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{m_3g - m_1g - m_2gf}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{3 \cdot 10 - 1 \cdot 10 + 2 \cdot 10 \cdot 0,5}{1 + 2 + 3} \text{ m/s}^2 = 1,67 \text{ m/s}^2$$

**Výpočet síly  $F_{p2}$ :**

Síla  $F_{p2}$  je stejně velká jako síla  $F_{p1} \Rightarrow$  určíme sílu  $F_{p1}$ .



$$F_{p1} - F_{g1} = am_1 \Rightarrow F_{p1} = F_{g1} + am_1 = m_1g + m_1a = m_1(g + a) = 1(10 + 1,67) \text{ N} = 11,7 \text{ N}$$

Soustava závaží na obrázku zrychluje se zrychlením  $1,67 \text{ m/s}^2$ , provázek působí na závaží 2 silou o velikosti 11,7 N.

**Př. 3:** Prohlédni si pozorně, jak se během posouvání v několika různých pokusech mění třecí síla. Co mají všechny pokusy společného?

Třecí síla byla největší ve chvíli, kdy se předmět začal pohybovat. Pak se tření rychle zmenšilo se a začalo se kolísat kolem nižší hodnoty.

Mezi krabicí a stolem působí za klidu „klidové tření“, jeho maximální hodnota je určena pomocí vzorce  $F_{t0} = N \cdot f_0$ , kde  $f_0$  je koeficient klidového tření. Hodnota  $f_0$  je pro stejné povrchy vždy větší než hodnota  $f$ .

Slovo maximální je použito úmyslně. Klidové tření funguje podobně jako provázek. Když do krabice tlačí nulová síla, klidové tření je nulové, jak se síla zvětšuje, zvětšuje se i klidové tření až do chvíle, kdy dosáhne své maximální hodnoty. V tom okamžiku se předmět „utrhne“ a začne se pohybovat. Místo klidového tření se objeví menší tření smykové.

**Př. 4:** Najdi v každodenní praxi příklady situací, ve kterých je výhodné, co největší tření. Jakým způsobem se zajišťuje dostatečná velikost třecí síly v takových případech?

Tření mezi silnicí a kolem, umožňuje automobilům zatáčet a brzdit:

- Speciální složení gumy, ze které se vyrábí pneumatiky, zvyšuje přilnavost k silnici, odlišné složení letních a zimních pneumatik.
- Karosérie závodních vozů má takový tvar, aby vznikala síla, která přitlačuje automobil k silnici.

Tření mezi chodníkem a obuví umožňuje chůzi:

- podrážky (materiály s velkou přilnavostí), tvar,
- posyp náledí.

Tření mezi brzdou a kolem zastavuje auta (kola, ...)

- speciální materiály brzdy a kola (velké tření, velká trvanlivost),
- velká síla, kterou brzda tlačí na kolo (posilovače, páka u kol...).

atd.

**Př. 5:** Najdi v každodenní praxi příklady situací, ve kterých je výhodné, co nejmenší tření. Jakým způsobem se zmenšuje velikost třecí síly v takových případech?

Tření při posouvání předmětů:

- podkládání válečky nebo použití kol,
- použití mazadel – látky, která zabrání přímému dotyku obou předmětů a snižuje jejich tření (olej u strojů, voda u tobogánu – stejný efekt, kterému se snažíme zabránit u pneumatik),
- pohyb po vzduchovém nebo magnetickém polštáři (mezi předměty je vzduch, předměty se nedotýkají).

Tření při otáčení předmětů:

- použití kuličkových nebo válečkových ložisek (kola, auta, ...),
- použití mazadel.

Použití kol tření podstatně zmenší, ale tření nezmizí úplně. Třecí síla, která tak vzniká, se nazývá valivé tření (nebo také valivý odpor) a má podobné vlastnosti jako tření smykové. Působí vždy proti směru pohybu, závisí na kolmé tlakové síle na podložku a kvalitách a pevnosti styčných ploch. Navíc závisí na jedné veličině, která u smykového tření roli nehraje.

**Př. 6:** Najdi veličinu, která ovlivňuje velikost valivého tření a neuvažujeme ji u smykového tření.

Jízda na kole je pohodlnější pokud má kolo velká kola. Na malých kolech je jízda namáhavější  $\Rightarrow$  větší poloměr kola zřejmě znamená menší tření.

Velikost valivého tření je dána vzorcem  $F_{tv} = \xi \frac{N}{R}$ , kde  $N$  je velikost kolmé tlakové síly,  $R$  je poloměr valícího se předmětu a  $\xi$  je koeficient valivého odporu (častěji nazývaný rameno valivého odporu).

**Př. 7:** Urči, v jakých jednotkách se udává rameno valivého odporu.

Vyjádříme koeficient ze vzorce:  $F_{tv} = \xi \frac{N}{R} \Rightarrow \xi = \frac{F_{tv} R}{N}$

Dosadíme jednotky:  $\xi = \frac{F_{tv} R}{N} = \frac{1 \text{ N} \cdot 1 \text{ m}}{1 \text{ N}} = 1 \text{ m}$

Rameno valivého odporu se udává v metrech.

**Př. 8:** Zkus najít příčiny toho, že žádný živý organismus nevyužívá ke svému pohybu kola.

- Kolo je zcela odděleno do hřídele (a tím i zbytku automobilu)  $\Rightarrow$  živý organismus by nemohl tuto svoji část vyživovat.
- Kola znamenají podstatnou úlevu při přepravě po upravených cestách, v terénu příliš výhodná nejsou.

**Př. 9:** Odhadni koeficient valivého odporu pro pohyb automobilu na asfaltové silnici, pokud je na vodorovné silnici možné roztláčit automobil o hmotnosti 1600 kg již silou 300 N. Průměr kol je 60 cm.

Síla, kterou automobil roztláčujeme, se musí rovnat valivému odporu automobilu  $\Rightarrow$  dosadíme do vztahu pro valivý odpor.

$F_{tv} = 300 \text{ N}$ ,  $m = 1600 \text{ kg}$ ,  $d = 60 \text{ cm} \Rightarrow R = 30 \text{ cm} = 0,3 \text{ m}$ ,  $\xi = ?$

$F_{tv} = \xi \frac{N}{R} \Rightarrow \xi = \frac{F_{tv} R}{N} = \frac{F_{tv} R}{mg} = \frac{300 \cdot 0,3}{1600 \cdot 10} \text{ m} = 0,0056 \text{ m}$

Koeficient valivého odporu při pohybu automobilu se přibližně rovná 0,0056 m.

**Př. 10:** Jedním ze systémů, které zvyšují bezpečnost moderních automobilů je ABS (Anti-lock Brake System). Tento systém neustále kontroluje otáčení kol a pokud se při brždění dostanou kola do smyku, sníží tlak v brzdách, aby se kola mohla opět roztočit. Jak je možné, že se tímto způsobem zkrátí brzdná dráha a zvýší manipulovatelnost s automobilem?

- Pokud se kolo normálně točí, místo, které se dotýká vozovky, vůči vozovce stojí  $\Rightarrow$  mezi vozovkou a kolem působí klidové tření (je větší). Pneumatika se navíc může začít pohybovat z tohoto stojícího místa do různých směrů a měnit tak směr pohybu automobilu.
- Pokud se kolo netočí a automobil se pohybuje smykem, místo, které se dotýká vozovky, se vůči ní pohybuje  $\Rightarrow$  mezi pneumatikou a silnicí působí menší smykové tření, navíc pouze v jediném směru, ve směru opačném ke směru pohybu.

ABS zabraňuje smyku  $\Rightarrow$  místo dotyku pneumatiky vůči vozovce stojí  $\Rightarrow$  větší tření s možností změny směru.

---

**Shrnutí:**