

1.5.1 Mechanická práce I

Předpoklady:

Práce je velmi vděčné téma k rozhovoru:

- někdo se nadře a práce za ním není žádná,
 - jiný se ani nezapotí a udělá toho spoustu,
- a všichni se cítí nedocenění.

Fyzika je přírodní věda (snaží se být exaktní) \Rightarrow zavádí práci jako objektivní veličinu \Rightarrow práce musí být spojená s viditelnou změnou stavu světa.

Práce se značí W (od anglického slova work) a měří s v Joulech [1J].

Př. 1: Rozhodni, zda se v následujících případech koná práce:

- | | |
|----------------------------------|--|
| a) Po podlaze tlačíme skříň. | b) Zvedáme batoh. |
| c) Držíme kýbl plný vody. | d) Kulička se pohybuje rovnoměrně bez tření. |
| e) Roztáčí se kotouč cirkulárky. | f) Měsíc se rovnoměrně otáčí kolem Země. |
| g) Automobil zrychluje. | |

a) Po podlaze tlačíme skříň.

Dochází ke změně světa. Skříň, která se pohybovala, změní svojí pozici, s velkou pravděpodobností poškrábeme podlahu, ... \Rightarrow koná se práce.

b) Zvedáme batoh.

Podobná situace jako v bodě a). Navíc zvednutý batoh může spadnout a něco rozbít \Rightarrow koná se práce.

c) Držíme kýbl plný vody.

Nic se nemění, kýbl je stále na stejném místě. Sice se zapotíme, ale kdyby kýbl držel stůl, bude to jasné ihned \Rightarrow nekoná se práce.

d) Kulička se pohybuje rovnoměrně bez tření.

Během pohybu se sice nestále mění poloha kuličky, ale ta se měnila i před tím, než jsme situaci začali sledovat. Podél trajektorie kuličky nemůže při neexistenci tření dojít ke změnám.

e) Roztáčí se kotouč cirkulárky.

Mění se rychlost otáčení kotouče, nastává změna \Rightarrow koná se práce.

f) Měsíc se rovnoměrně otáčí kolem Země.

Podobná situace jako v bodě d), mění se poloha Měsíce, ale nic se nemění na stavu světa, protože obíhání Měsíce okolo Země stále pokračuje \Rightarrow nekoná se práce.

g) Automobil zrychluje.

Mění se rychlost automobilu a tím i jeho stav \Rightarrow koná se práce.

Co mají všechny situace, při kterých se koná práce společného?

Musíme působit silou na určité dráze.

Př. 2: Navrhni vzorec pro výpočet práce.

Větší práci při zvedání batohu vykonáme, když:

- zvedáme větší silou (těžší batoh),
- zvedáme do větší výšky (na delší dráze),

$$\Rightarrow W = Fs.$$

$$W = Fs.$$

$$\text{Jednotka 1 Joule} = 1\text{J} = 1\text{N}\cdot 1\text{m}$$

Pedagogická poznámka: Procento studentů, kteří si ze základní školy pamatují vzorec $W = Fs$ není zas tak nízké. Značná část studentů si však pouze pamatuje vzorec a nemá přehled o tom, co je za ním (některé body prvního příkladu řeší špatně).

Př. 3: Vypočti práci, kterou vykonáš při zvednutí kýble s vodou (hmotnost obojího dohromady je 7 kg) do výšky 75 cm nad zemí.

$$m = 7\text{ kg} \quad h = 75\text{ cm} = 0,75\text{ m} \quad W = ?$$

Kýbl musíme zvedat silou, která je stejně velká jako gravitační síla, kterou kýbl přitahuje Země.

$$W = Fs$$

$$\text{dosadíme } F = mg, s = h$$

$$W = mgh$$

$$W = mgh = 7 \cdot 10 \cdot 0,75\text{ J} = 52,5\text{ J}$$

Při zvedání kýble vykonáme práci 52,5 J.

Př. 4: Zedník má do třetího patra vynést 20 kg cihel. Cihly buď může vynést najednou nebo nadvakrát. Kdy při tom vykoná menší práci? Proč?

Na první pohled se zdá, že zedník v obou případech vykoná stejnou práci (jednou je dvakrát větší síla, podruhé dráha), ale musíme si uvědomit, že kromě cihel zvedá i sebe \Rightarrow menší práci vykoná, když ponese cihly najednou. Práce na vynesení cihel bude stejná jako v případě dvou cest, ale práce na vynášení sebe sama bude poloviční.

Př. 5: Dělník tlačí po vodorovných kolejích vozík o hmotnosti 800 kg. Jakou práci vykoná na dráze 25 m, je-li součinitel tření 0,01?

$$m = 800\text{ kg} \quad s = 25\text{ m} \quad f = 0,01 \quad W = ?$$

Dělník tlačí vozík po vodorovných kolejích, a proto musí svou silou překonávat pouze tření vozíku o koleje. Síla, kterou tlačí vozík, tak musí mít stejnou velikost jako třecí síla mezi koly vozíku a kolejí.

$$W = F \cdot s = F_t \cdot s$$

$$F_t = N \cdot f = F_g \cdot f = mgf$$

$$W = F_t \cdot s = m \cdot g \cdot f \cdot s = 0,01 \cdot 800 \cdot 9,8 \cdot 25 = 1960\text{ J}$$

Dělník vykoná práci 1960 J.

Př. 6: Jakou práci vykonáš při přemístění bedny o hmotnosti 50 kg po podlaze o vzdálenost 5 m. Příklad spočítej dvakrát, jednou zanedbej třecí sílu mezi bednou a podlahou, podruhé počítej s koeficientem tření $f = 0,5$.

$$m = 50 \text{ kg} \quad s = 5 \text{ m} \quad f = 0,5 \quad W_1 = ? \quad W_2 = ?$$

Použijeme klasický vzorec pro práci $W = Fs$.

V prvním případě (při zanedbání třecí síly) je síla nutná k přemístění bedny nulová (když není tření, stačí na přemístění libovolně malá síla).

Ve druhém případě, musíme působit silou, která je stejně velká jako třecí síla, která brání v přesunu krabice.

$$\text{a) } W_1 = Fs = 0 \cdot 5 \text{ J} = 0 \text{ J}$$

$$\text{b) } W_2 = Fs \quad \text{dosadíme: } F = F_t = Nf = mgf$$

$$W_2 = Fs = mgfs$$

$$W_2 = Fs = mgfs = 50 \cdot 10 \cdot 0,5 \cdot 5 \text{ J} = 1250 \text{ J}$$

Pokud bychom zanedbali působení třecí síly, k přesunutí krabice by nebylo nutné vykonat žádnou práci. Pokud budeme třecí sílu uvažovat, k přesunutí krabice by bylo třeba vykonat práci 1250 J.

Pedagogická poznámka: Značná část studentů se v bodě a) nedokáže smířit s tím, že by za sílu dosazovala nulu a tak za sílu dosadí většinou kolmou tlakovou sílu od podložky. Tato chyba je dobrým odrazovým můstkem k následující diskusi. Prvním čím se tuto chybu snažím vyvracet je porovnání výsledků obou bodů příkladu 6, kde při špatném postupu vychází v bodě a) větší práce než v bodě b), což je zjevný nesmysl.

Ještě se zastavíme u příkladů 6 a 5. Na bednu nepůsobí pouze naše síla, kterou ji přesunujeme, působí na ní i další tři síly: gravitační, síla podložky a tření. Konají i tyto síly při posouvání bedny práci? Platí pro ně vzorec $W = Fs$?

- Gravitační síla a síla podložky práci zřejmě nekonají. Působí i na rovnoměrně se kutálející kuličku, při jejímž pohybu se práce nekoná.
- Třecí síla práci zřejmě koná. Kdyby bedna už jela, tření by ji zastavilo, čímž by změnilo stav krabice a vykonalo by práci. Tento druh práce se trochu liší od práce, kterou vykonává člověk při posunutí bedny. Člověk se snažil změnu (přesun bedny) uskutečnit, zatímco tření změně brání.

⇒ Ani pro jednu ze zmiňovaných sil vzorec $W = Fs$ neplatí ⇒ něco jsme zapomněli.

Zatím jsme nijak nezohlednili fakt, že síla i posunutí jsou veličiny vektorové. Kromě velikosti mají i směr ⇒ doplníme vzorec o úhel α (nebo jeho funkci), který oba vektory svírají (úhel popisuje vzájemnou polohu směrů dvou vektorů).

Jakou z goniometrických funkcí použijeme?

$\cos \alpha$, protože pro $\alpha = 90^\circ$ (síla je kolmá na posunutí) se práce nekoná (a platí $\cos 90^\circ = 0$)

Mechanickou práci koná těleso při přesunu jiného tělesa po dráze s za působení síly F .

Její velikost vyjadřuje vztah $W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$, kde α je úhel, který svírá síla se směrem posunutí.

Pokud je působící síla rovnoběžná se směrem posunutí, je $\cos \alpha = 1$ a člen $\cos \alpha$ můžeme ve vzorci vynechat.

Př. 7: Při přemístění bedny do vzdálenosti 30 m, jsi vykonal práci 2100 J. Jakou silou jsi musel těleso tahat, jestliže síla, kterou jsi bednu táhl:

- měla směr posunutí tělesa
- svírala s posunutím tělesa úhel o velikosti $\alpha = 30^\circ$?

$$s = 30 \text{ m} \quad W = 2100 \text{ J} \quad \alpha_1 = 0^\circ \quad \alpha_2 = 30^\circ \quad F_1 = ? \quad F_2 = ?$$

V obou případech stačí vyjádřit ze vzorce sílu a dosadit do vzniklého vztahu.

$$W = Fs \cos \alpha$$

$$F = \frac{W}{s \cos \alpha}$$

$$\text{a) } F_1 = \frac{W}{s \cos \alpha_1} = \frac{2100}{30 \cdot \cos 0^\circ} \text{ N} = 70 \text{ N}$$

$$\text{b) } F_2 = \frac{W}{s \cos \alpha_2} = \frac{2100}{30 \cdot \cos 30^\circ} \text{ N} = 80,8 \text{ N}$$

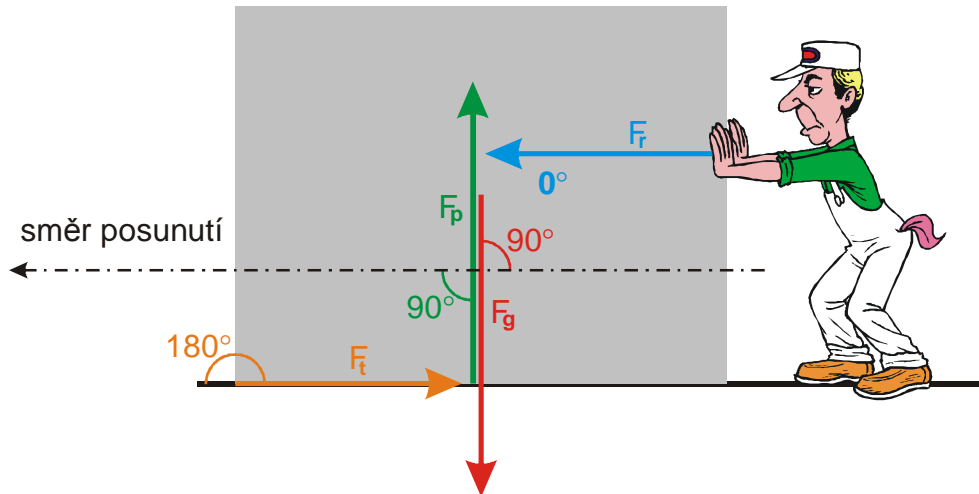
Při přesouvání bedny jsme museli tahat silou 70 N (v případě síly rovnoběžné se směrem posunutí) nebo 81 N (v případě síly svírající s posunutím úhel $\alpha = 30^\circ$).

Př. 8: Letí na Tebe míč a ty ho chytíš. Jaké je znaménko práce, kterou konal během chytání míč? Jaké je znaménko práce, kterou jsi konal ty?

Během chytání se míč pohybuje ještě směrem k nám. \Rightarrow

- Míč působí silou směrem k nám (ve směru svého posunutí) \Rightarrow práce konaná míčem je kladná.
- My působíme na míč směrem ode nás (proti pohybu míče) \Rightarrow práce konaná námi je záporná.

Př. 9: Stěhovák tlačí po vodorovné rovině bednu. Na bednu působí tyto síly: stěhovák silou F_r ve směru pohybu, třecí síla F_t proti směru pohybu, gravitační síla F_g svisle dolů a tlaková síla od podložky F_p svisle nahoru. Jaké je znaménko práce, kterou koná každá z těchto sil?



K vyřešení příkladu použijeme obrázek. Práce se počítá pomocí vzorce $W = Fs \cos \alpha$ znaménko práce tedy závisí na velikosti úhlu α .

- Síla rukou F_r – síla působí ve směru pohybu bedny $\Rightarrow \alpha = 0^\circ \Rightarrow \cos \alpha = 1 \Rightarrow$ práce konaná stěhovákem má kladné znaménko (je to rozumné, stěhovák způsobuje pohyb, změnu a koná tedy kladnou práci).
- Třecí síla F_t – síla působí proti směru pohybu bedny $\Rightarrow \alpha = 180^\circ \Rightarrow \cos \alpha = -1 \Rightarrow$ práce konaná třecí silou má záporné znaménko (je to rozumné třecí síla se snaží zabránit změně a tedy koná zápornou práci).
- Gravitační síla F_g – síla působí kolmo na směr pohybu bedny $\Rightarrow \alpha = 90^\circ \Rightarrow \cos \alpha = 0 \Rightarrow$ práce konaná gravitační silou je nulová.
- Síla podložky F_p – síla působí kolmo na směr pohybu saní $\Rightarrow \alpha = 90^\circ \Rightarrow \cos \alpha = 0 \Rightarrow$ práce konaná silou podložky je nulová.

Dodatek: Ani vzorec $W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$ není nejideálnějším vzorcem pro výpočet práce. Na vysokoškolské úrovni se používá vzorec $W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{s}$, který pomocí skalárního násobení (nám zatím neznámá operace s vektory) umožňuje určit vykonanou práci přímo ze složek obou vektorů. Všechny vzorce, které jsme odvodili jsou jenom důsledky vlastností této matematické operace.

Shrnutí: Fyzikální práce se koná pouze v případě, že nenulová síla působí na nenulové dráze a nesevívá s ní pravý úhel.