2.3.4 Tlak plynu z hlediska molekulové fyziky

Předpoklady: 2301

Jak vzniká tlak v plynu? Jak tlačí například plyn na stěny balónku?

Molekuly letící ke stěně balónku do ní narazí a odrazí se zpátky $\Rightarrow$ tím zatlačí na stěnu $\Rightarrow$ součtu těchto zatlačení říkáme tlak.
$\Rightarrow$ Nárazy nejsou ani stejné ani pravidelné (molekuly narážejí různě často a různou rychlostí). Velké množství nárazů se zprůměruje, ale přesto tlak kolísá (viz. Brownův pohyb).

Př. 1: Pneumatiky automobilu, kola i motorky jsou speciální uzavřené nádoby na vzduch, u kterých je důležité, aby vzduch uvnitř měl dostatečný tlak. Čím se liší málo a hodně natlakovaná pneumatika. Jak se zvětšuje tlak uvnitř pneumatiky? Odpovídá odpověď na předchozí otázku vysvětlení pojmu tlak v předchozím odstavci?

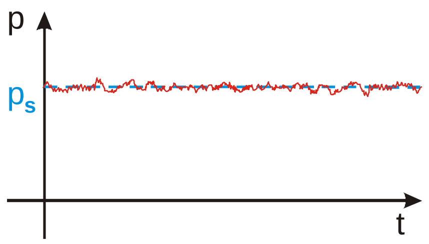
Pneumatika pod malým tlakem se dá snadno promáčknout = je snadné přetlačit molekuly, která do pláště narážejí zevnitř.
Pneumatika pod velkým tlakem se dá promáčknout špatně = je těžké přetlačit molekuly, které do pláště narážejí zevnitř.
Zvětšení tlaku v pneumatice = přihuštění pumpičkou = přidání dalších molekul vzduchu do pneumatiky $\Rightarrow$ větší počet nárazů $\Rightarrow$ větší tlak – přesně odpovídá vysvětlení významu slova tlak.

Zkusíme sestavit vzorec pro tlak plynu v balónku. Na čem by měl záviset tlak?
- Při vysoké teplotě mají molekuly vysokou rychlost $\Rightarrow$ větší nárazy $\Rightarrow$ vyšší teplota = vyšší tlak
- Velké množství molekul znamená víc nárazů $\Rightarrow$ větší hustota = vyšší tlak.
- Těžší molekula $\Rightarrow$ větší náraz $\Rightarrow$ větší hmotnosti molekul = vyšší tlak.

Správně odvozený vzorec má tvar: $p = \frac{1}{3} N_V \cdot m_0 \cdot v_k^2$ = **základní rovnice pro tlak plynu**

- $N_V = \frac{N}{V}$ - hustota molekul = počet molekul v jednotce objemu (určuje i hustotu plynu)
- m_0 - hmotnost molekuly plynu
- v_k - střední kvadratická rychlost molekul

POZOR: Vzoreček udává průměrnou hodnotu, tlak se neustále trošičku mění v čase i v závislosti na místě, kde ho měříme, od střední hodnoty p_s. Říkáme že se objevují **fluktuace tlaku**.



Př. 2: Vysvětli, jak je možné, že se ve vzorci pro velikost tlaku plynu $p=\frac{1}{3}N_V\cdot m_0\cdot v_k^2$ nevyskytuje teplota, přestože jsme si zdůvodnili, že při vyšší teplotě by měl být tlak plynu vyšší.

Ve vzorci se sice nevyskytuje teplota, ale vyskytuje se v něm střední kvadratická rychlost, která s teplotou úzce souvisí. Vyšší teplotě odpovídá vyšší hodnota střední kvadratické rychlosti.

Př. 3: Rozhodni, za jakých podmínek budou fluktuace tlaku větší.

Fluktuace tlaku způsobují nepravidelnosti v nárazech molekul, které se při větším množství nárazů průměrují $\Rightarrow$ větší množství nárazů, znamená větší zprůměrování a menší fluktuace.
$\Rightarrow$ Při malém tlaku způsobuje tlak menší množství nárazů molekul a fluktuace tlaku jsou tedy větší.

Při všech našich úvahách je množství nárazů dostatečné k tomu, abychom fluktuace tlaku zanedbali.

Př. 4: V pouťovém balónku o objemu 2,5 l jsou 2 g hélia. Urči hustotu molekul v balónku.

$V=2{,}5\,\mathrm{l}=2{,}5\cdot10^{-3}\,\mathrm{m}^3$ $\quad m=2\,\mathrm{g}=2\cdot10^{-3}\,\mathrm{kg}$ $\quad N_V=?$

Vzorec pro hustotu molekul: $N_V=\frac{N}{V}$ $\Rightarrow$ musíme určit počet molekul v balónku:

1 mol He 4 g $6{,}023\cdot10^{23}$ částic
2 g x částic

$\Rightarrow \frac{x}{2}=\frac{6{,}023\cdot10^{23}}{4} \Rightarrow x=\frac{6{,}023\cdot10^{23}}{4}\cdot2=3{,}012\cdot10^{23}$ částic

Dosadíme do vzorce: $N_V=\frac{N}{V}=\frac{3{,}012\cdot10^{23}}{2{,}5\cdot10^{-3}}\,\mathrm{m}^{-3}=1{,}2\cdot10^{26}\,\mathrm{m}^{-3}$

Hustota molekul v balónku je $1{,}2\cdot10^{26}\,\mathrm{m}^{-3}$.

Př. 5: Urči střední kvadratickou rychlost a teplotu hélia v balónku z předchozího příkladu, pokud je tlak v balónku roven $120000\,\mathrm{Pa}$. Zhodnoť reálnost zadání.

$N_V=1{,}2\cdot10^{26}\,\mathrm{m}^{-3}$, $p=120\,000\,\mathrm{Pa}$, $v_k=?$, $T=?$

Vzorec pro tlak plynu: $p=\frac{1}{3}N_V\cdot m_0\cdot v_k^2$ $\Rightarrow$ musíme určit hmotnost jedné molekuly He.

$A_r(He)=4 \Rightarrow m_0=A_r(He)\cdot m_u=4\cdot1{,}66\cdot10^{-27}\,\mathrm{kg}=6{,}64\cdot10^{-27}\,\mathrm{kg}$

$p = \frac{1}{3} N_V \cdot m_0 \cdot v_k^2$

$v_k^2 = \frac{3p}{N_V m_0} \Rightarrow v_k = \sqrt{\frac{3p}{N_V m_0}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 120000}{1,2 \cdot 10^{26} \cdot 6,64 \cdot 10^{-27}}}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} = 672\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

Výpočet teploty:

vztah z minulé hodiny: $\frac{1}{2} m_0 v_k^2 = \frac{3}{2} kT \Rightarrow v_k^2 = \frac{3kT}{m_0}$.

Srovnáme se vztahem pro v_k^2 z první části příkladu: $v_k^2 = \frac{3p}{N_V m_0} = \frac{3kT}{m_0}$

$\frac{p}{N_V} = kT$

$T = \frac{p}{N_V k} = \frac{120000}{1,2 \cdot 10^{26} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23}}\ \mathrm{K} = 72\ \mathrm{K}$

Příklad není příliš reálný, protože jsme zjistili, že za podmínek uvedených v zadání by hélium v balónku mělo teplotu přibližně $-200\,°\mathrm{C}$.

Př. 6: Navrhni reálnější zadání hodnot z předchozích dvou příkladů.

Skutečná teplota hélia v balónku by měla odpovídat pokojové teplotě, tedy přibližně $290\ \mathrm{K}$ $\Rightarrow$ v příkladu 5 by měla být vypočtená hodnota teploty přibližně čtyřikrát větší $\Rightarrow$

- hodnota tlaku by musela být čtyřikrát větší (nereálné, takový tlak není ani v pneumatice u osobního automobilu),
- hodnota hustoty molekul by musela být čtyřikrát menší $\Rightarrow$ balónek by musel obsahovat čtyřikrát méně molekul $\Rightarrow$ hmotnost hélia by měla být čtyřikrát menší.

Př. 7: Urči tlak kyslíku v uzavřené nádobě při teplotě $0\,^0\mathrm{C}$ a hustotě $1,41\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ (normální podmínky).

$p = \frac{1}{3} N_V \cdot m_0 \cdot v_k^2$

$t = 0\,°\mathrm{C}$, v předchozím příkladě jsme spočítali $v_k = 462\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

Musíme něco udělat s hustotou molekul, zkusíme vyrobit hustotu.

$p = \frac{1}{3} N_V \cdot m_0 \cdot v_k^2$ dosadíme: $N_V = \frac{N}{V}$

$p = \frac{1}{3} \frac{N}{V} \cdot m_0 \cdot v_k^2$ dosadíme: $N \cdot m_0 = m$

$p = \frac{1}{3} \cdot \frac{m}{\mathrm{V}} \cdot v_k^2$

$p = \frac{1}{3} \cdot \rho \cdot v_k^2 = \frac{1}{3} \cdot 1,41 \cdot 462^2\ \mathrm{Pa} = 100000\ \mathrm{Pa}$ (normální tlak $\Rightarrow$ rozumný výsledek)

Za normálních podmínek má kyslík tlak 100 000 Pa.

Př. 8: Urči tlak vodíku v uzavřené nádobě při teplotě $0\,^0\mathrm{C}$ a hustotě $0,089\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{-3}$.

Použijeme vzorec z předchozího příkladu.

$$p=\frac{1}{3}\cdot\rho\cdot v_k^2=\frac{1}{3}\cdot 0,089\cdot 1846^2\,\mathrm{Pa}=100000\ \mathrm{Pa}$$

Př. 9: Vysvětli, jak je možné, že u obou plynů v předchozím příkladu vyšla hodnota tlaku stejná, přestože se hmotnosti jejich molekul velmi liší.

Hmotnosti molekul se liší (molekuly kyslíku jsou těžší), ale liší se jejich střední kvadratické rychlosti (rychlost molekul vodíku je větší). Rozdíly jsou přesně takové, aby byl součin v obou případech stejný.
Důvod je jasný: součin $m_0\cdot v_k^2$ určuje průměrnou kinetickou energie částic plynu. Pokud mají být dva plyny v rovnováze, musí být průměrné kinetické energie jejich částic stejné (kinetická energie se předává při srážkách), stejný však musí být i tlak (jinak by plyn s větším tlakem a větší molekulovou hustotou zvětšil na úkor druhého plynu svůj objem a tím molekulové hustoty i tlaky vyrovnal).

Pedagogická poznámka: Následující příklad je v podstatě návrhem na dobrovolnou laboratorní práci.

Př. 10: Navrhni způsoby, jak určit co nejpřesněji hmotnost hélia potřebného k nafouknutí běžného pouťového balónku. Pomocí vypočtené hodnoty spočítej materiálové náklady na jeden pouťový balónek.

Shrnutí: Nárazy molekul do stěny vzniká tlak plynu.