

## 1.2.8 Třetí odmocnina

**Předpoklady:** 1207

**Př. 1:** Definuj třetí odmocninu z nezáporného čísla  $a$ .

Třetí odmocnina z nezáporného čísla  $a$ , je takové nezáporné číslo  $x$ , pro které platí:  $x^3 = a$ . Píšeme:  $x = \sqrt[3]{a}$

Všechno podobné jako u druhé odmocniny.

**Dodatek:** Na rozdíl od druhé odmocniny je možné zavést třetí odmocninu i pro záporná čísla. Na střední škole však rozhodně takové zavedení nemá význam.

**Př. 2:** Urči následující třetí odmocniny. Pokud nejde hodnotu určit přesně, odhadni její velikost s přesností na celá čísla:

a)  $\sqrt[3]{8}$

b)  $\sqrt[3]{64}$

c)  $\sqrt[3]{20}$

d)  $\sqrt[3]{100}$

a)  $\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$

b)  $\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$

c)  $2 < \sqrt[3]{20} < 3$ , protože  $8 < 20 < 27$

d)  $4 < \sqrt[3]{100} < 5$ , protože  $64 < 100 < 125$

**Pravidla pro počítání s odmocninami (stejná jako pro druhé odmocniny)**

$$\sqrt[3]{ab} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b}$$

$$a\sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{a^3b}$$

$$\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$$

$$\sqrt[3]{a+b} \rightarrow \text{nedá se roztrhnout!!!!!!}$$

Pravidla můžeme použít pro výpočet těžších odmocnin:

**Př. 3:** Vypočti bez použití kalkulačky následující odmocniny:  $\sqrt[3]{8000}$ ;  $\sqrt[3]{0,064}$ ;  
 $\sqrt[3]{216}$ ;  $\sqrt[3]{729}$ ;  $\sqrt[3]{3375}$ .

$$\sqrt[3]{8000} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{1000} = 2 \cdot 10 = 20$$

$$\sqrt[3]{0,064} = \sqrt[3]{64} \cdot \sqrt[3]{0,001} = 4 \cdot 0,1 = 0,4$$

$$\sqrt[3]{216} = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{108} = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{27} = 2 \cdot 3 = 6$$

$$\sqrt[3]{729} = \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{243} = \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{27} = 3 \cdot 3 = 9$$

$$\sqrt[3]{3375} = \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{675} = \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{135} = \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{27} = 5 \cdot 3 = 15$$

**Pedagogická poznámka:** Než začnou studenti počítat předchozí příklad, zakazují studentům pokusné násobení čísel na třetí, kterým se snaží najít správné výsledky. Tento postup vede k výsledkům pouze u předem připravených příkladů.

**Pedagogická poznámka:** Výpočet posledních tří odmocnin je bez kalkulačky zdlouhavý a obtížný, na druhou stranu vyžaduje postupné úpravy a cílevědomou práci. Navíc není na počátku příliš zřejmé, jak řešení dopadne a je zkrátka potřeba nějak začít. Což je právě to, co studenti příliš nedělají. Jakmile nevidí celé řešení radši nezačnou.

Stejně jako u druhých odmocnin mnohdy můžeme provést pouze částečné odmocňování:

**Př. 4:** Částečně odmocni:  $\sqrt[3]{24}$ ;  $\sqrt[3]{32}$ ;  $\sqrt[3]{54}$ .

$$\sqrt[3]{24} = \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{8} = 2\sqrt[3]{3}$$

$$\sqrt[3]{32} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{4} = 2\sqrt[3]{4}$$

$$\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{2} = 3\sqrt[3]{2}$$

Můžeme upravovat součiny nebo podíly.

**Př. 5:** Zjednoduš součiny:

a)  $\sqrt[3]{18} \cdot \sqrt[3]{16} \cdot \sqrt[3]{6}$

b)  $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{12} \cdot \sqrt[3]{16}$

c)  $\sqrt[3]{18} \cdot \sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[3]{15}$

a)  $\sqrt[3]{18} \cdot \sqrt[3]{16} \cdot \sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot 2 \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2} = 3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$

b)  $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{12} \cdot \sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{8} = 3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$

c)  $\sqrt[3]{18} \cdot \sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[3]{15} = \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5} = 3 \cdot \sqrt[3]{2} \cdot 5 = 15\sqrt[3]{2}$

**Př. 6:** Zjednoduš podíly:

a)  $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{54}}$

b)  $\frac{\sqrt[3]{10}}{\sqrt[3]{135}}$

a)  $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{54}} = \frac{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{27}} = \frac{2}{3}$

b)  $\frac{\sqrt[3]{10}}{\sqrt[3]{135}} = \frac{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{5}} = \frac{\sqrt[3]{2}}{3}$

Podobně jako u druhé odmocniny i u třetí odmocniny se snažíme, aby se nevyskytovala ve jmenovateli zlomků. Zlomky, které ji ve jmenovateli mají, usměřňujeme.

**Př. 7:** Usměrní zlomky:

a)  $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$       b)  $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$       c)  $\frac{1}{\sqrt[3]{4}}$       d)  $\frac{1}{\sqrt[3]{18}}$

a)  $\frac{1}{\sqrt[3]{2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2}}{(\sqrt[3]{2})^3} = \frac{\sqrt[3]{4}}{2}$  k třetí odmocnině musím přidat dvakrát  $\sqrt[3]{2}$ , abych měl  $(\sqrt[3]{2})^3$

b)  $\frac{1}{\sqrt[3]{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{3}} \cdot \frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{3}} \cdot \frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{3}} = \frac{\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{3}}{(\sqrt[3]{3})^3} = \frac{\sqrt[3]{9}}{3}$

c)  $\frac{1}{\sqrt[3]{4}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{2}}{2}$

d)  $\frac{1}{\sqrt[3]{18}} = \frac{1}{\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{3}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{4}}{3 \cdot 2} = \frac{\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{4}}{6}$

**Pedagogická poznámka:** Studenti by se měli pokusit o objevení postupu usměrňování sami.

Právě způsob, jakým se o to pokoušejí hodně napoví o tom, jak vůbec vnímají pravidla, o kterých se učí. Jestli je chápou i s jejich smyslem nebo je naopak berou jako mechanické, jednoúčelové záležitosti.

Těm, kteří řeší první příklad takto:  $\frac{1}{\sqrt[3]{2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{2}}{2}$ , připomenu, aby si číslo

ve jmenovateli opravdu spočítali (většinou ho nepočítají, pouze předpokládají, že když potřebují ve výsledku 2, tak tam i vyjde), když provedou správnou úpravu:

$\frac{1}{\sqrt[3]{2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{4}}$  sami rychle poznají co mají do rozšiřovacího zlomku přidat.

V bodech c) a hlavně d) jde zejména o to, aby zbytečně nerozšiřovali zlomky příliš velkými čísly.

**Shrnutí:** Třetí odmocnina je analogií druhé odmocniny.