2.7.10 n-tá odmocnina

Předpoklady: 2708, 2709

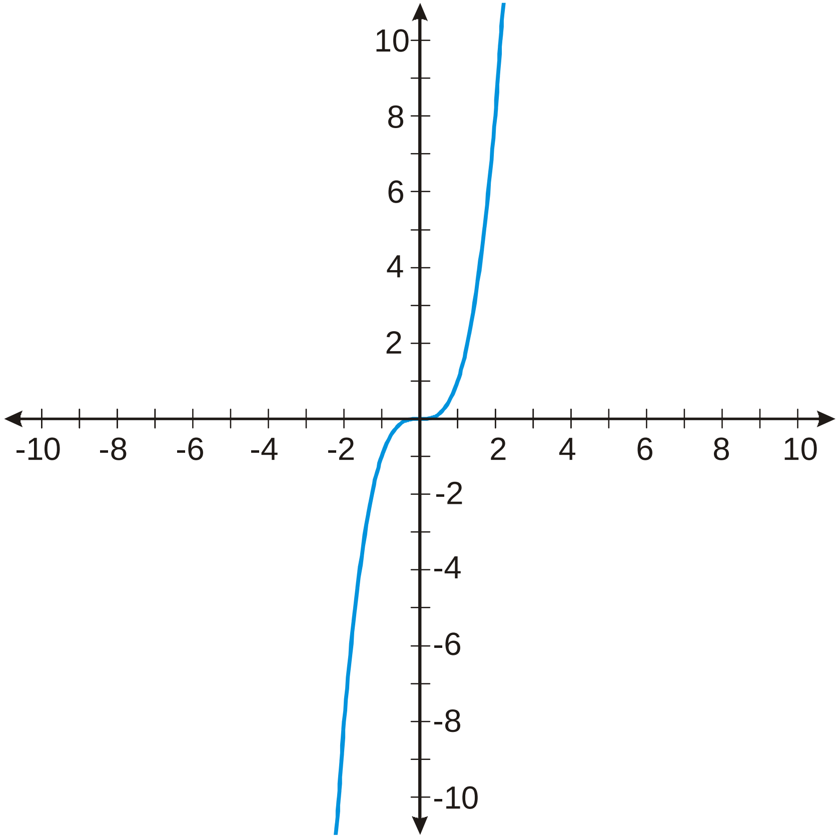
Pedagogická poznámka: Tato hodina samozřejmě nevystačí na 45 minut. Dá se stihnout za polovinu vyučovací hodiny.

Př. 1: Řeš do dvou sloupců vedle sebe. Nakresli grafy zadaných funkcí, rozhodni, zda k zadané funkci existuje funkce inverzní. Pokud inverzní funkce neexistuje navrhni úpravy, které její existenci umožní. Nakresli graf inverzní funkce a navrhni její pojmenování.

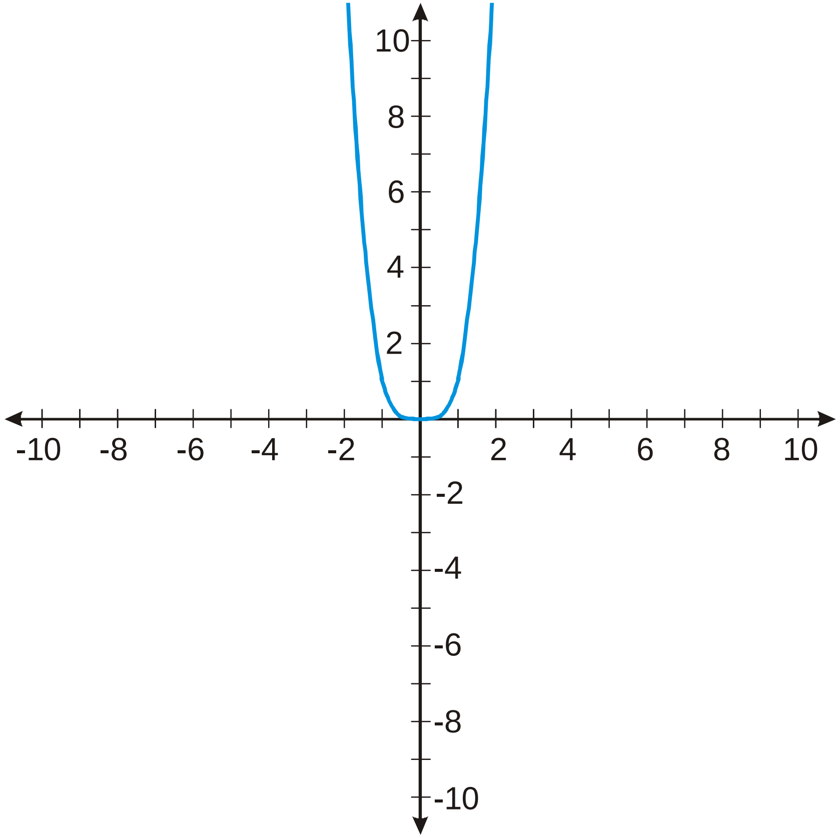
a) $y = x^3$ b) $y = x^4$

Graf funkce $y = x^3$

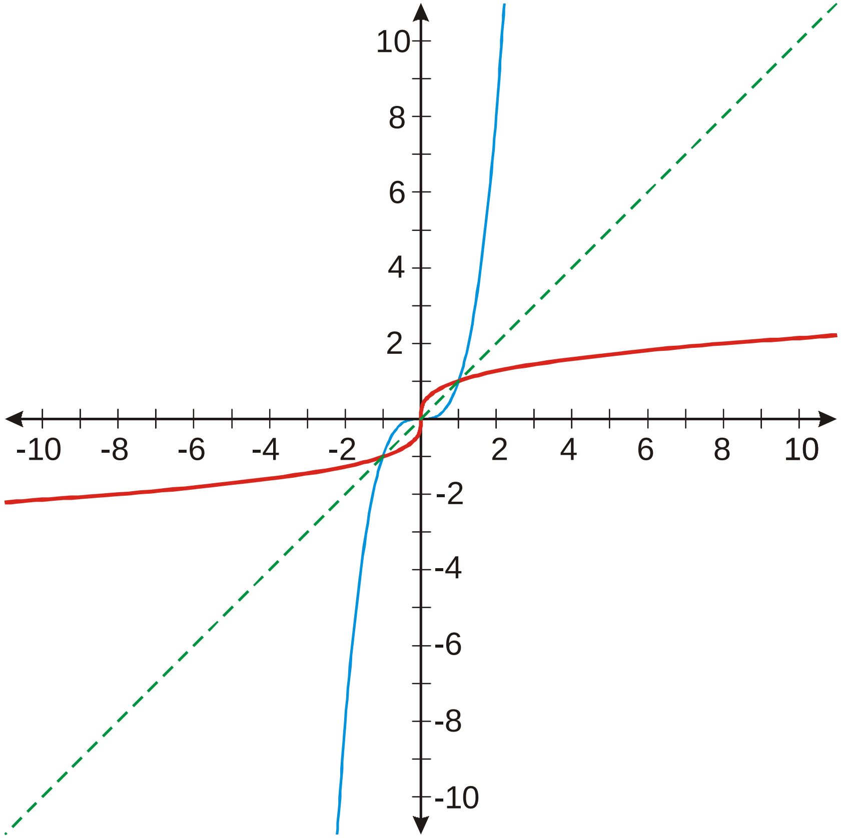
Graf funkce $y = x^4$



Funkce je prostá $\Rightarrow$ existuje k ní funkce inverzní.



Funkce není prostá $\Rightarrow$ musíme upravit její definiční obor podobně jako u funkce $y = x^2$, $D(f) = \langle 0; \infty)$



Hledáme předpis.

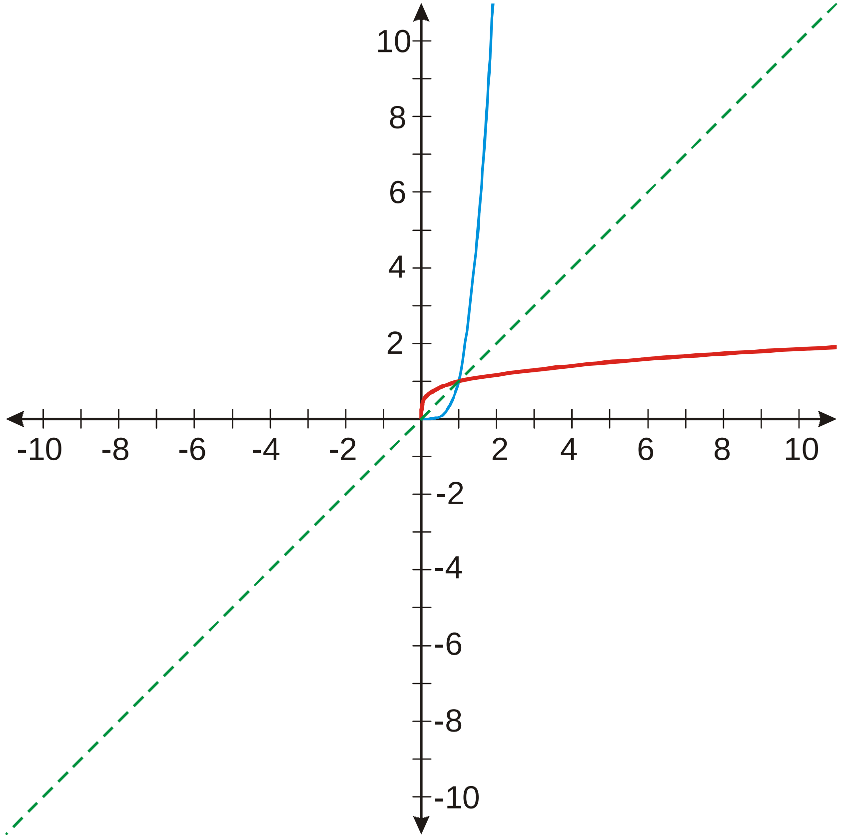
Prohodíme *x* a *y*: $y = x^3 \Rightarrow x = y^3$

$y = \sqrt[3]{x}$ - třetí odmocnina (podobné druhé odmocnině).

$D(f) = H(f^{-1}) = R$, $H(f) = D(f^{-1}) = R$

Z dvojic čísel původní a inverzní funkce:

Dvojice pro $y = x^3$	Dvojice pro $y = \sqrt[3]{x}$
$0 = 0^3$	$0 = \sqrt[3]{0}$



Hledáme předpis.

Prohodíme *x* a *y*: $y = x^4 \Rightarrow x = y^4$

$y = \sqrt[4]{x}$ - čtvrtá odmocnina (podobné druhé odmocnině).

$D(f) = H(f^{-1}) = \langle 0; \infty)$, $H(f) = D(f^{-1}) = \langle 0; \infty)$

Z dvojic čísel původní a inverzní funkce:

Dvojice pro $y = x^4$	Dvojice pro $y = \sqrt[4]{x}$
$0 = 0^4$	$0 = \sqrt[4]{0}$

$0=0^3$	$0=\sqrt[3]{0}$
$1=1^3$	$1=\sqrt[3]{1}$
$8=2^3$	$2=\sqrt[3]{8}$
$-8=(-2)^2$	$-2=\sqrt[3]{-8}$

Třetí odmocnina z reálného čísla ***a*** je takové reálné číslo ***b***, pro které platí $b^3=a$. Píšeme $b=\sqrt[3]{a}$.

Podobné zavedení jako u druhé odmocniny. Rozdíly vznikají kvůli tomu, že jako definiční obor třetí mocniny používáme *R*.
Můžeme použít jako vzor pro inverzní funkce všech funkcí $y=x^n$, kde *n* je liché přirozené číslo.

$0=0^4$	$0=\sqrt[4]{0}$
$1=1^4$	$1=\sqrt[4]{1}$
$16=2^4$	$2=\sqrt[4]{16}$
$81=3^4$	$3=\sqrt[4]{81}$

Čtvrtá odmocnina z nezáporného reálného čísla ***a*** je takové nezáporné číslo ***b***, pro které platí $b^4=a$. Píšeme $b=\sqrt[4]{a}$.

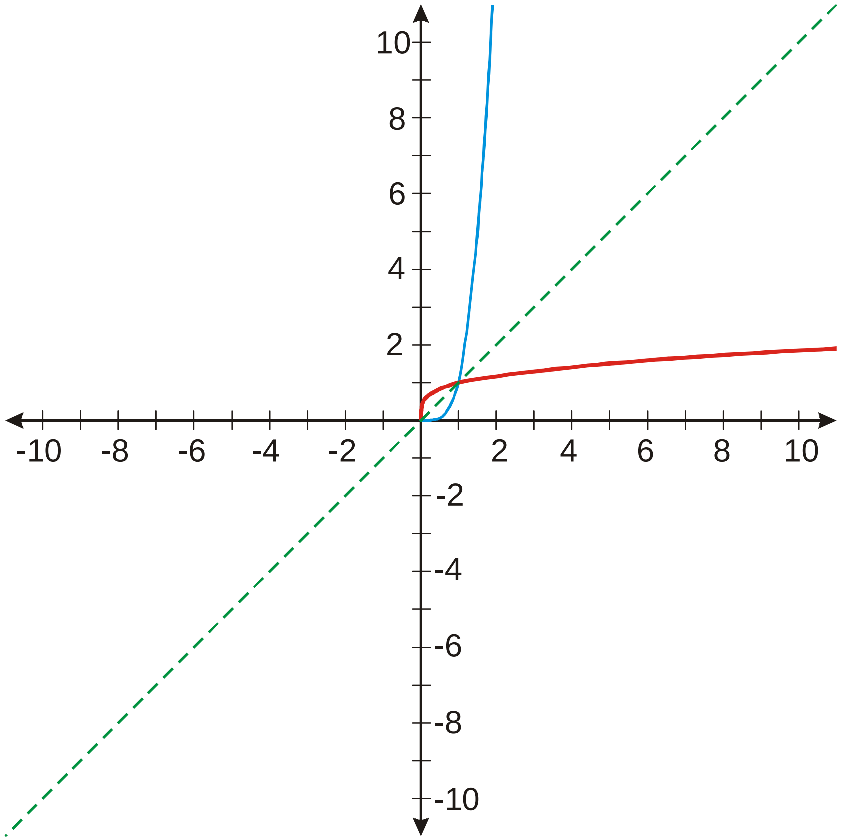
Stejné zavedení jako u druhé odmocniny.
Můžeme použít jako vzor pro inverzní funkce všech funkcí $y=x^n$, kde *n* je sudé přirozené číslo.

Př. 2: Rozhodni, který ze dvou způsobů zavedení odmocniny je možné použít obecně pro *n*-tou odmocninu jako inverzní funkci funkce $y=x^n$, $n\in N$.

Musíme použít způsob, který bude vyhovovat ve všech případech, tedy i v tom, který „klade největší požadavky“ $\Rightarrow$ použijeme způsob, kterým jsme zavedli odmocninu pro sudá *n*.

Aby byla situace jednodušší a mohli jsme používat stejný postup pro zavedení odmocniny pro všechna přirozená čísla *n*, budeme pro všechna *n* postupovat tak, jak jsme postupovali u sudých *n*. Definiční obor mocninné funkce omezíme na interval $\langle 0;\infty)$, tím se na interval $\langle 0;\infty)$ omezí i definiční obor odmocniny.

Př. 3: Nakresli graf funkce $y=x^n$, s $D(f)=\langle 0;\infty)$. Do stejného obrázku nakresli graf inverzní funkce. Zaveď *n*-tou odmocninu.



Hledáme předpis.

Prohodím x a y: $y = x^n \Rightarrow x = y^n$

$y = \sqrt[n]{x}$ - n-tá odmocnina (podobné druhé odmocnině)

$D(f) = H(f^{-1}) = \langle 0; \infty), \; H(f) = D(f^{-1}) = \langle 0; \infty)$.

n je přirozené číslo. *N*-tá odmocnina z nezáporného reálného čísla a je takové nezáporné číslo b, pro které platí $b^n = a$. Píšeme $b = \sqrt[n]{a}$.

$b = \sqrt[n]{a}$

a - základ odmocniny = odmocněnec
n - odmocnitel = exponent odmocniny

Př. 4: Rozhodni zda platí $\sqrt[7]{128} = 2$.

Pokud platí $\sqrt[7]{128} = 2$, musí zároveň platit i $2^7 = 128$, což platí.

Př. 5: Petáková:
strana 59/cvičení 16 f_3, f_5, f_9
strana 59/cvičení 17 g_4, g_6, g_8

Shrnutí: Podobně, jako jsme zavedli druhou odmocninu, můžeme zavést *n*-tou odmocninu jako inverzní funkci ke každé mocninné funkci $y = x^n$, $n \in N$. U lichých *n* můžeme zavést odmocninu i ze záporných čísel, ale kvůli jednotnému postupu od toho většinou upouštíme.