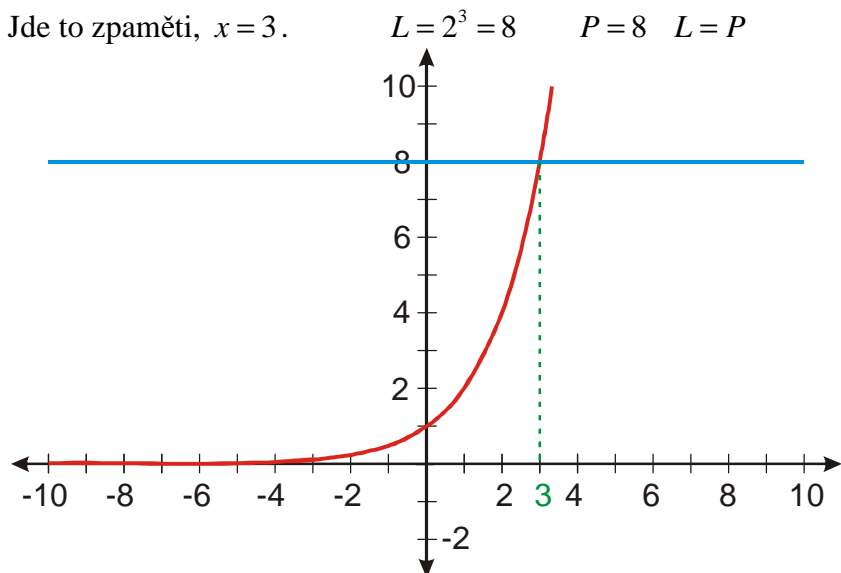


## 2.9.4 Exponenciální rovnice I

**Př. 1:** Vyřeš exponenciální rovnici  $2^x = 8$ .

Jde to z paměti,  $x = 3$ .



**Pokud se podaří exponenciální rovnici upravit do tvaru  $a^{\text{výraz1}} = a^{\text{výraz2}}$ , můžeme přejít k rovnici  $\text{výraz1} = \text{výraz2}$ . Protože funkce  $y = a^x$  je prostá, je tato úprava ekvivalentní.**

**Př. 2:** Vyřeš rovnici  $2 \cdot 2^x \cdot 8 = \frac{2^x \cdot 2^{x+1}}{8}$ .

$$2 \cdot 2^x \cdot 2^3 = \frac{2^x \cdot 2^{x+1}}{2^3} \qquad 2^{1+x+3} = 2^{x+x+1-3} \qquad 2^{x+4} = 2^{2x-2}$$

$$x+4 = 2x-2 \qquad 6 = x \qquad K = \{6\}$$

**Př. 3:** Vyřeš rovnici  $\frac{3^x}{9^{x-2}} = \frac{27^x}{9 \cdot 3^{4-x}}$ .

$$\frac{3^x}{(3^2)^{x-2}} = \frac{(3^3)^x}{3^2 \cdot 3^{4-x}} \qquad \frac{3^x}{3^{2x-4}} = \frac{3^{3x}}{3^{6-x}} \qquad 3^{x-(2x-4)} = 3^{3x-(6-x)}$$

$$3^{4-x} = 3^{4x-6} \qquad 4-x = 4x-6 \qquad 10 = 5x \qquad x = 2 \qquad K = \{2\}$$

**Př. 4:** Vyřeš rovnici  $2 \cdot 2^x \cdot 4^{2-x} = \frac{8}{2^{3x+1}}$ .

$$2 \cdot 2^x \cdot 4^{2-x} = \frac{8}{2^{3x+1}} \qquad 2^1 \cdot 2^x \cdot (2^2)^{2-x} = 2^3 \cdot \frac{1}{2^{3x+1}} \qquad 2^{x+1} \cdot 2^{4-2x} = 2^3 \cdot 2^{-3x-1}$$

$$2^{x+1+4-2x} = 2^{3-3x-1} \qquad 2^{5-x} = 2^{2-3x} \qquad 5-x = 2-3x$$

$$2x = -3 \qquad x = -\frac{3}{2} \qquad K = \left\{ -\frac{3}{2} \right\}$$

**Př. 5:** Vyřeš rovnici  $\frac{9 \cdot 3^x}{\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{9^x}} = \frac{\sqrt[4]{3^x}}{27}$ .

$$\frac{9 \cdot 3^x}{\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{9^x}} = \frac{\sqrt[4]{3^x}}{27} \quad \frac{3^2 \cdot 3^x}{3^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{2x}{3}}} = \frac{(3^x)^{\frac{1}{4}}}{3^3} \quad \frac{3^{x+2}}{3^{\frac{1}{2} \cdot \frac{2x}{3}}} = \frac{3^{\frac{x}{4}}}{3^3} \quad 3^{x+2-\frac{1}{2} \cdot \frac{2x}{3}} = 3^{\frac{x}{4}-3}$$

$$x+2-\frac{1}{2} \cdot \frac{2x}{3} = \frac{x}{4}-3 \quad / \cdot 12 \quad 12x+24-6-8x=3x-36 \quad x=-54 \quad K = \{-54\}$$

**Př. 6:** Vyřeš rovnici  $\sqrt[3]{2\sqrt{8}} = \sqrt[3]{16} \cdot 2$ .

$$\left(2(2^3)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = (2^4)^{\frac{1}{3}} \cdot 2 \quad \left(2 \cdot 2^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(2^{\frac{5}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{4}{3}} \cdot 2 \quad 2^{\frac{5}{2}} = 2^{\frac{4}{3}+1}$$

$$\frac{5}{2x} = \frac{4}{x} + 1 \quad / \cdot 2x \quad 5 = 8 + 2x \quad 2x = -3 \quad x = -\frac{3}{2} \quad K = \left\{-\frac{3}{2}\right\}$$

**Př. 7:** Vyřeš rovnici  $\frac{27}{8} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{4}{9} \left(\frac{9}{4}\right)^{x+2}$ .

$$\frac{3^3}{2^3} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-x} = \frac{2^2}{3^2} \left[\left(\frac{3}{2}\right)^2\right]^{x+2} \quad \left(\frac{3}{2}\right)^{3-x} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} \left(\frac{3}{2}\right)^{2x+4} \quad 3-x = -2+2x+4$$

$$1 = 3x \quad x = \frac{1}{3} \quad K = \left\{\frac{1}{3}\right\}$$

**Př. 8:** Vyřeš rovnici  $\frac{1}{\sqrt[3]{16^x}} = 4 \left(\frac{1}{2}\right)^x$ .

$$\left(\frac{2^8}{2^{4x}}\right)^{\frac{1}{3}} = 2^2 \cdot 2^{-x} \quad (2^{8-4x})^{\frac{1}{3}} = 2^{2-x} \quad 2^{8x-4x^2} = 2^{2-x} \quad 8x-4x^2 = 2-x$$

$$0 = 4x^2 - 9x + 2 \quad x_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{49}}{8} = \frac{9 \pm 7}{8} \quad x_1 = \frac{9+7}{8} = 2 \quad x_2 = \frac{9-7}{8} = \frac{1}{4}$$

$$K = \left\{\frac{1}{4}; 2\right\}$$

**Př. 9:** Vyřeš rovnici:  $3^x \cdot 2^{x+1} = 2 \cdot 36^{x+2}$ .

$$3^x \cdot 2^x \cdot 2 = 2 \cdot (6^2)^{x+2} \quad 6^x \cdot 2 = 2 \cdot 6^{2x+4} \quad / : 2 \quad 6^x = 6^{2x+4}$$

$$x = 2x + 4 \quad x = -4 \quad K = \{-4\}$$

**Př. 10:** Petáková:

strana 34/cvičení 1 a) b) d) e) h)