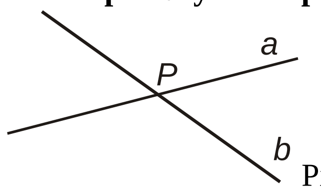
3.1.3 Vzájemná poloha přímek

Předpoklady: 3102

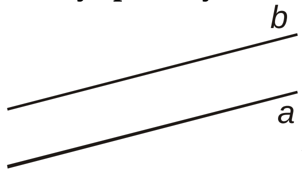
Dvě různé přímky v rovině $\Rightarrow$ maximálně jeden společný bod

Jeden společný bod – průsečík $\Rightarrow$ různoběžné přímky (různoběžky)



Píšeme: $P \in a \cap b$ nebo $a \cap b = \{P\}$

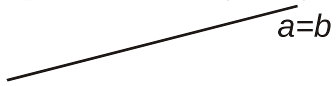
Žádný společný bod $\Rightarrow$ rovnoběžné přímky (rovnoběžky)



Píšeme $a \parallel b$

Rovnoběžné nazýváme i polopřímky a úsečky ležící na rovnoběžných přímkách.

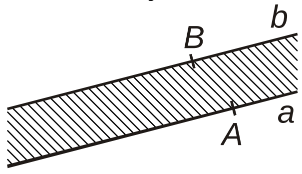
Společné všechny body $\Rightarrow$ totožné přímky (zvláštní případ rovnoběžnosti)



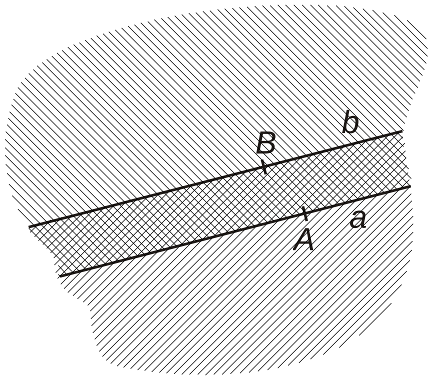
Platí ekvivalent pátého postulátu: **Daným bodem lze vést k dané přímce právě jednu rovnoběžku.**

Rovnoběžnost je tranzitivní („přenáší se“) = je-li $a \parallel b$ a $b \parallel c$, pak také $a \parallel c$.

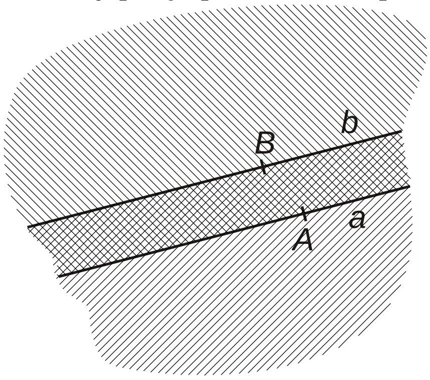
rovinný pás
- část roviny ohraničená dvěma rovnoběžkami



Př. 1: Popiš pomocí množinových operací rovinný pás na obrázku pomocí polorovin aB a bA.

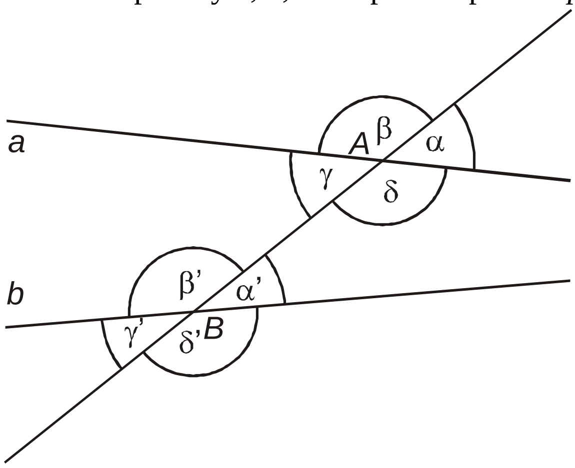


Rovinný pás je průnik těchto polorovin.



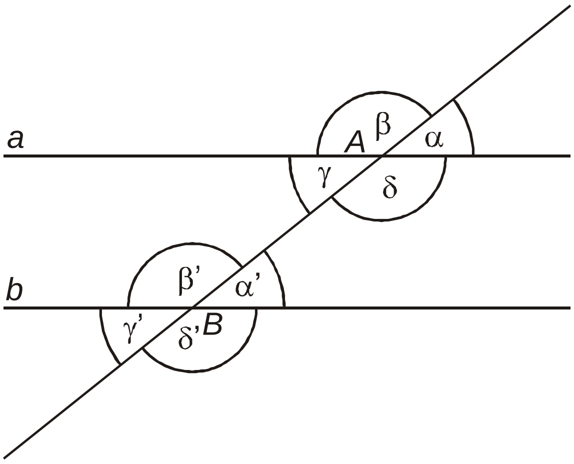
Přímky proťaté příčkou

dvě různé přímky *a*, *b*, které protíná přímka *p* ve dvou různých bodech



U obou bodů *A*, *B* jsou čtyři konvexní úhly – úhly vyťaté příčkou *p* přímek *a*, *b*
Úhly přiřadíme do dvojic:
dvojice souhlasných úhlů: α,α' β,β' γ,γ' δ,δ'
dvojice střídavých úhlů: α,γ' β,δ' γ,α' δ,β' (zaměnili jsme jeden z úhlů souhlasných za jeho vrcholový úhel)

Speciální případ $a \parallel b$:

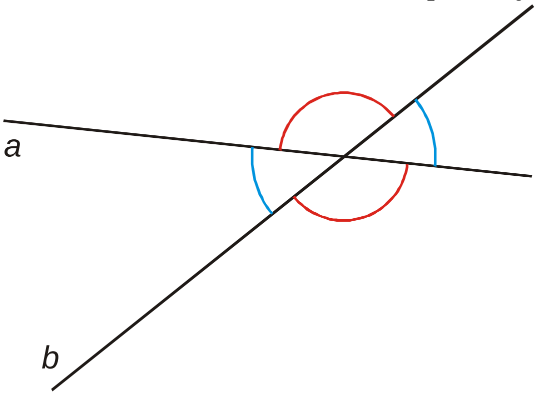


Platí věta:
Jestliže jedna dvojice souhlasných (střídavých) úhlů vyťatých příčkou *p* přímek *a, b* jsou úhly shodné, pak přímky *a, b* jsou přímky rovnoběžné.

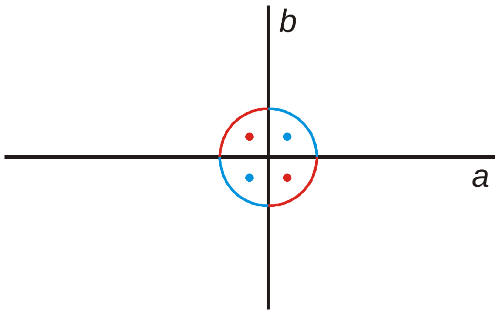
Věta platí i obráceně:
Jsou-li přímky *a, b* rovnoběžné, pak každá dvojce souhlasných (střídavých) úhlů vyťatých příčkou *p* přímek *a, b* jsou úhly shodné.

Odchylka přímek

Dvě protínající se přímky určují:



dvojici ostrých a dvojici tupých vrcholových úhlů



dvě dvojice pravých vrcholových úhlů

Odchylkou α dvou přímek a, b v rovině nazýváme:

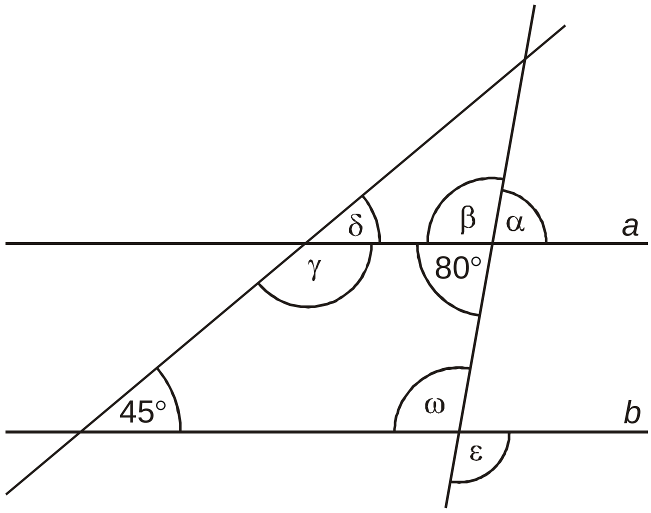
velikost ostrého úhlů

velikost pravého úhlu

V případě rovnoběžných přímek *a*, *b* nazýváme odchylkou α velikost nulového úhlu.

Píšeme $\left|\sphericalangle ab\right| = \alpha$; $\alpha \in \left\langle 0, 90°\right\rangle$ (případně $\alpha \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2}\right\rangle$)

Př. 2: Urči velikosti úhlů vyznačených na obrázku. Platí $a \parallel b$.

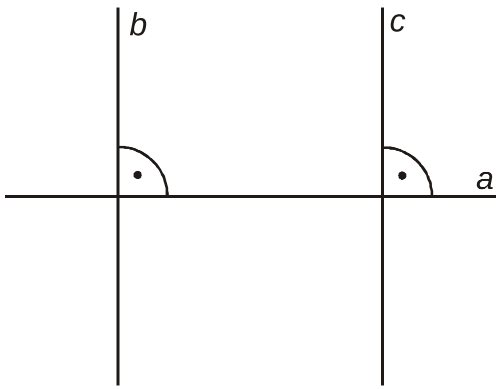


Platí:
$\alpha = 80°$ - vrcholový úhel k úhlu $80°$
$\beta = 100°$ - vedlejší úhel k úhlu $80°$
$\omega = 100°$ - souhlasný úhel k úhlu β
$\varepsilon = 100°$ - střídavý úhel k úhlu β
$\delta = 45°$ - souhlasný úhel k úhlu $45°$
$\gamma = 135°$ - vedlejší úhel k úhlu δ

Kolmice
- různoběžné přímky, jejichž odchylka je pravý úhel ($|\sphericalangle ab| = 90°$).
Píšeme: přímka *a* je kolmá k přímce *b*: $a \perp b$
Průsečík kolmice s danou přímkou se nazývá **pata kolmice**.

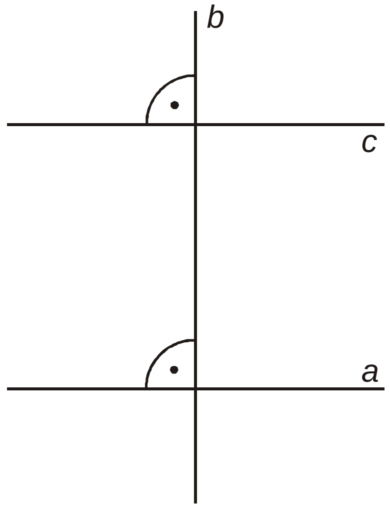
Podobně jako u rovnoběžek platí: **Daným bodem *A* lze vést k dané přímce *p* právě jednu kolmici.**

Př. 3: Nakresli situaci a rozhodni, jaký je vztah mezi přímkami *b* a *c*, pokud platí: $a \perp b$ a $a \perp c$.



Z obrázku je zřejmé, že platí: $b \parallel c$.

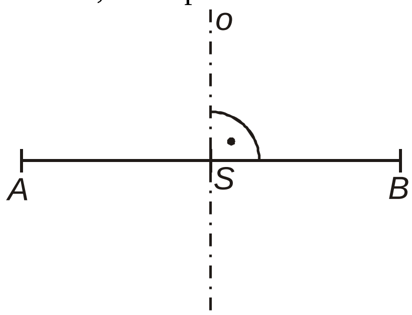
Př. 4: Nakresli situaci a rozhodni, jaký je vztah mezi přímkami *b* a *c*, pokud platí: $a \perp b$ a $a \parallel c$.



Z obrázku je zřejmé, že platí: $b \perp c$.

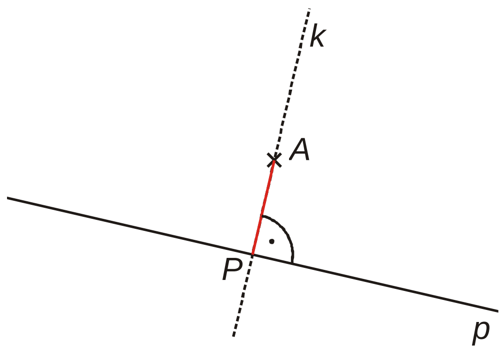
Kolmé nazýváme i polopřímky a úsečky ležící na kolmých přímkách.

Osa úsečky
Přímka, která prochází středem úsečky a je k ní kolmá.



Jednoznačnost při konstrukci kolmic se využívá k určování vzdáleností.

Vzdálenost bodu od přímky (vzdálenost přímky od bodu)
Je dána přímka *p* a bod *A*. Pak existuje právě jedna přímka *k* kolmá k přímce *p* procházející bodem *A*. Patu této kolmice označíme *P*. Vzdálenost bodu *A* od přímky *p* (nebo také vzdálenost přímky *p* od bodu *A*) je vzdálenost bodů *AP*.



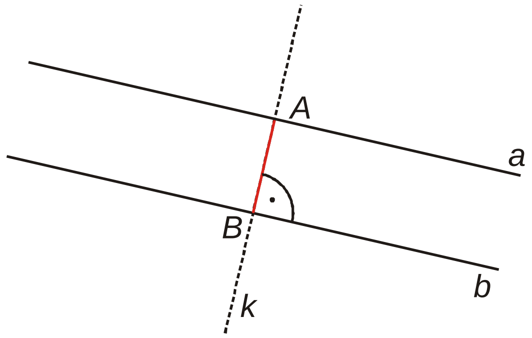
Píšeme: $|Ap| = d$

Př. 5: Rozhodni jaká je vzdálenost bodu *A* od přímky *p*, pokud platí $A \in p$.

Pokud platí $A \in p$, je bod *A* i patou kolmice, která jím vede na přímku *p*. Platí tedy $A = P$ a tedy $|Ap| = 0$

Vzdálenost rovnoběžných přímek
také pomocí kolmosti, je jedno z kterého bodu, které ze přímek ji vedu

Jsou dány rovnoběžné přímky *a*, *b*. *A*, *B* jsou průsečíky přímek *a*, *b* s libovolnou kolmicí *k* k těmto přímkám. Vzdálenost rovnoběžných přímek *a*, *b* je vzdálenost bodu *A*, *B*.



Píšeme $|ab| = d$

Př. 6: Rozhodni jaká je vzdálenost dvou totožných přímek.

Protože u totožných přímek platí $A = B$, je $|ab| = 0$.

Př. 7: Petáková:
strana 85/cvičení 9 a) b)

Shrnutí: