

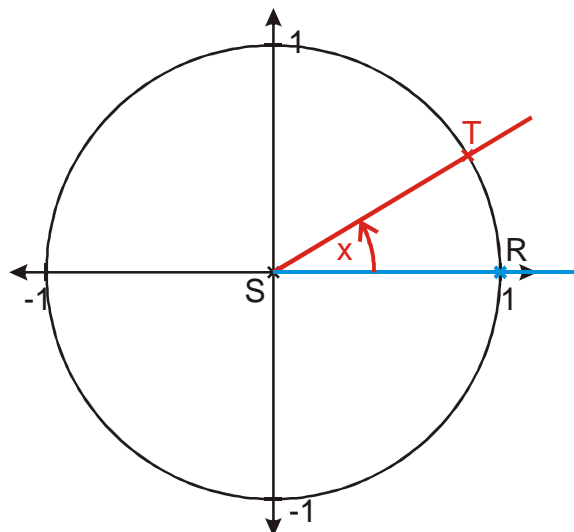
4.2.6 Tabulkové hodnoty orientovaných úhlů

Předpoklady: 4204

Pedagogická poznámka: Největším problémem při zavádění goniometrických funkcí pro orientovaný úhel je rychlá orientace v poloze koncového ramene a převádění mezi desetinnou a stupňovou mírou. Tato hodina vznikla právě jako reakce na těžkosti, které jsem u studentů pozoroval.

Při zakreslování (nebo odečítání) hodnot udaných pomocí obloukové míry, pak můžete objevit jedince, kteří mají vážné problémy se základními představami o zlomcích.

Při zavádění funkcí $\sin(x)$ a $\cos(x)$ pro orientovaný úhel se využívá jednotková kružnice. Počáteční rameno orientovaného úhlu má vždy směr kladné poloosy x .



Př. 1: Načrtni do obrázku jednotkové kružnice následující úhly:

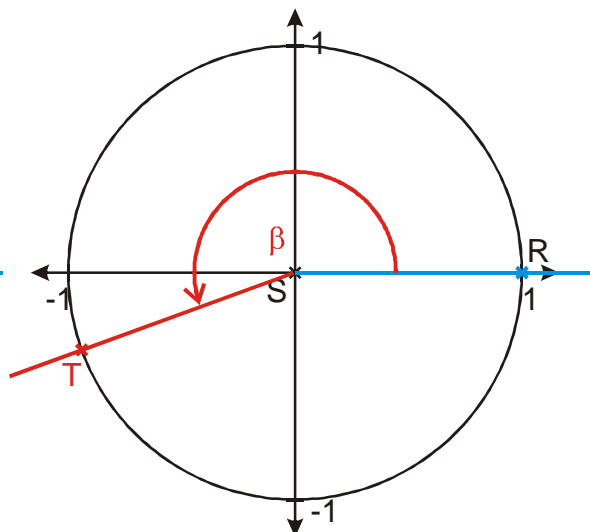
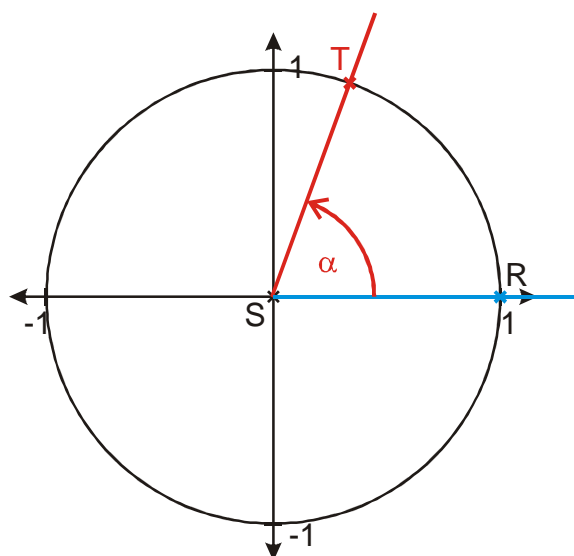
a) $\alpha = 70^\circ$

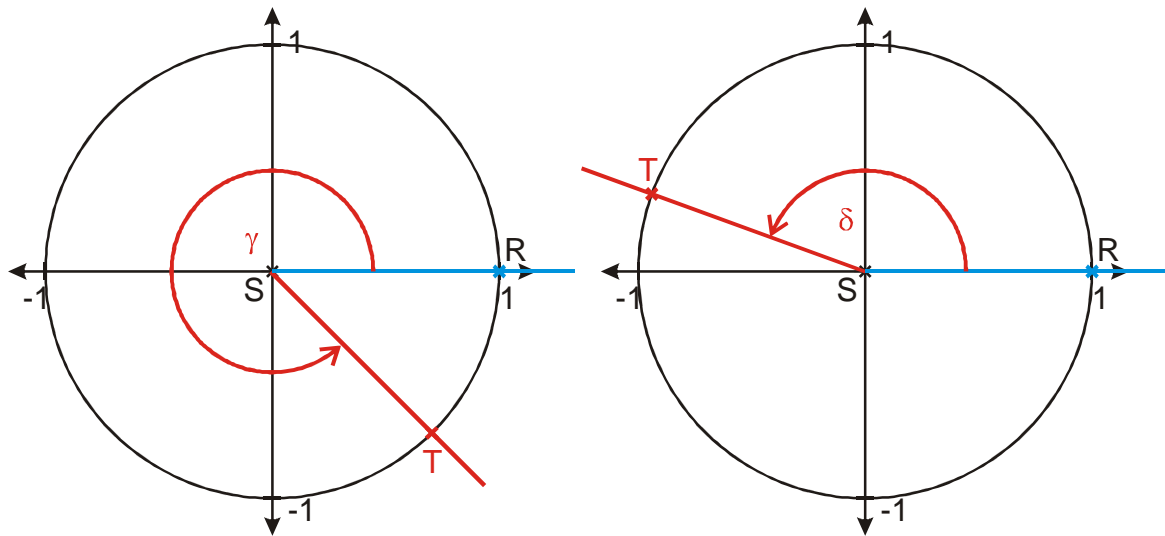
b) $\beta = 200^\circ$

c) $\gamma = 315^\circ$

d) $\delta = 160^\circ$

U všech úhlů vyznač průsečík koncového ramene s jednotkovou kružnicí.

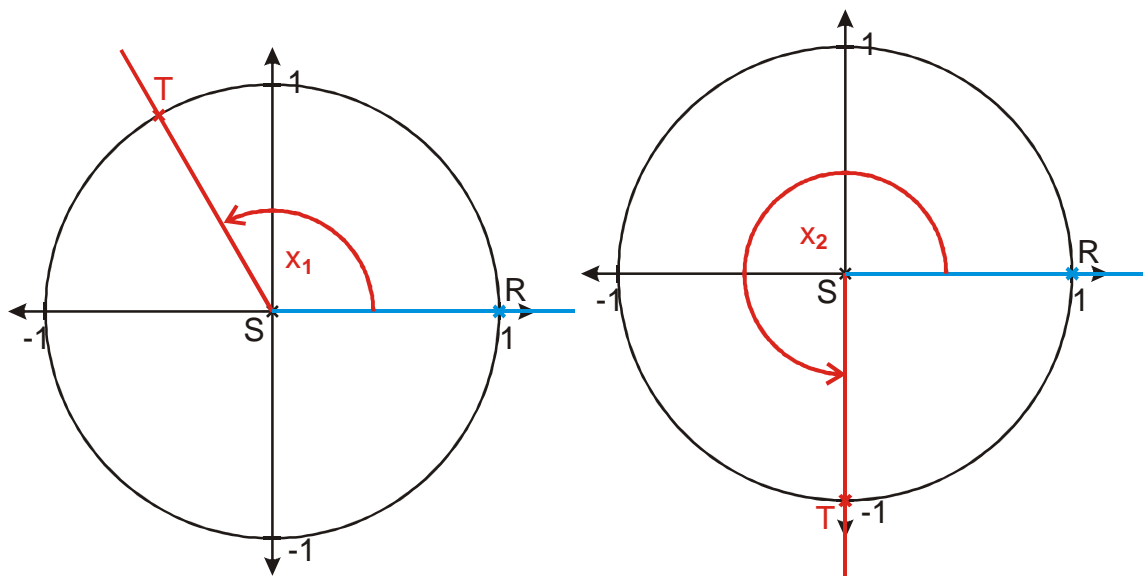


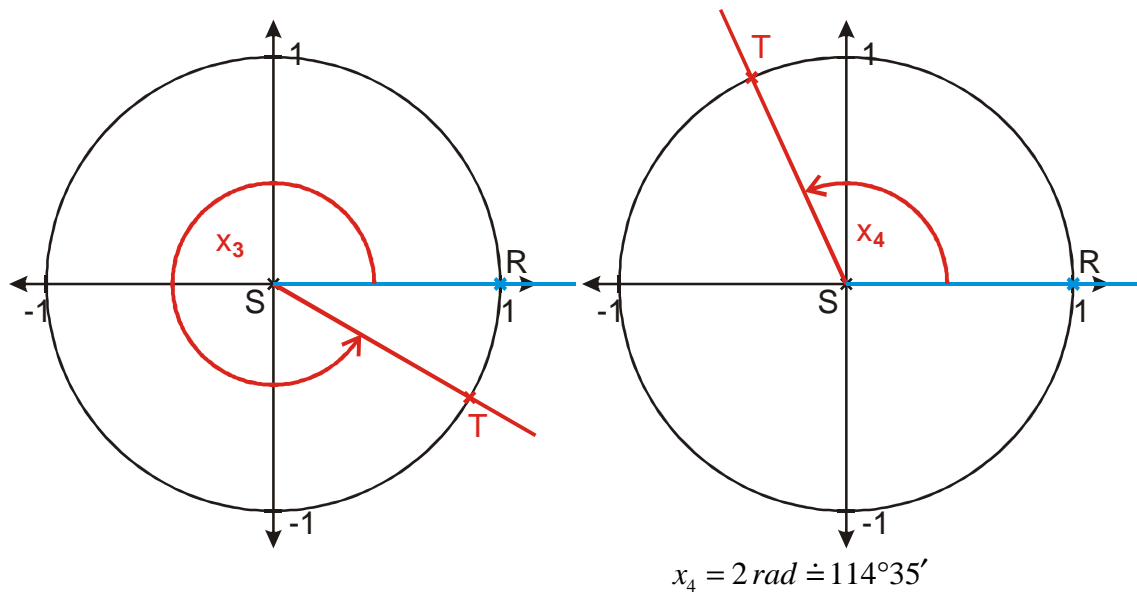


Př. 2: Načrtni do obrázku jednotkové kružnice následující úhly:

- a) $x_1 = \frac{2}{3}\pi$ b) $x_2 = \frac{3}{2}\pi$ c) $x_3 = \frac{11}{6}\pi$ d) $x_4 = 2 \text{ rad}$

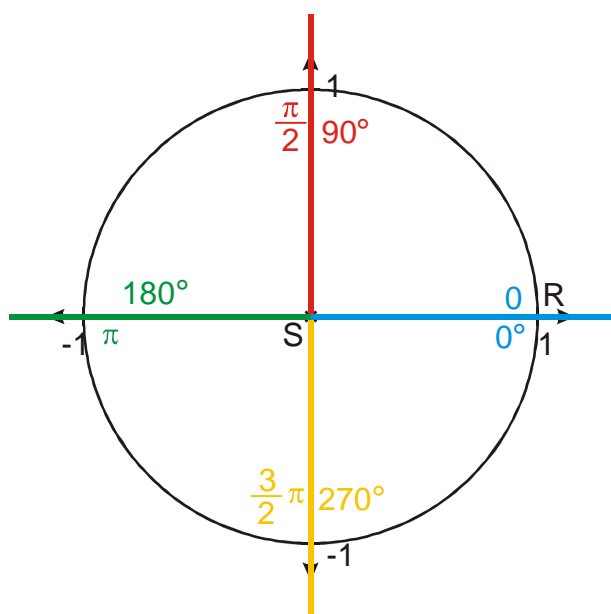
U všech úhlů vyznač průsečík koncového ramene s jednotkovou kružnicí.



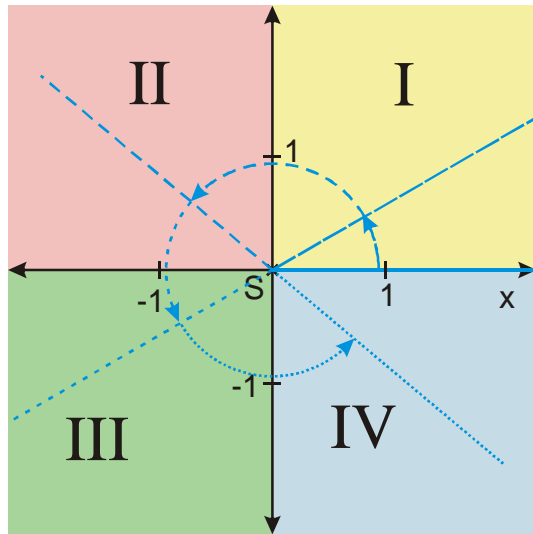


Protože všechny orientované úhly, které budeme ve zbytku hodiny kreslit, budou mít počáteční rameno shodné s kladnou poloosou x , nebudeme počáteční rameno ani oblouček úhlů do obrázků kreslit a úhly budeme znázorňovat pouze koncovým ramenem.

Př. 3: Nakresli do obrázku jednotkové kružnice koncová ramena úhlů, která splývají s poloosami souřadnic. Ke každému ramenu napiš základní velikost úhlu v desetinné i obloukové míře.



Př. 4: Souřadná rovina je souřadnými osami rozdělena na čtvrtiny – kvadranty. Kvadranty se označují čísly, podle pořadí, ve kterém do nich ukazuje koncové rameno úhlu, který má počáteční rameno shodné s kladnou poloosou x a jehož velikost se postupně zvětšuje od 0 do 2π . Nakresli souřadnou rovinu a očíslej kvadranty.



Př. 5: Zapiš pomocí intervalů v desetinné i obloukové míře, pro které hodnoty orientovaného úhlu leží koncové rameno v jednotlivých kvadrantech.

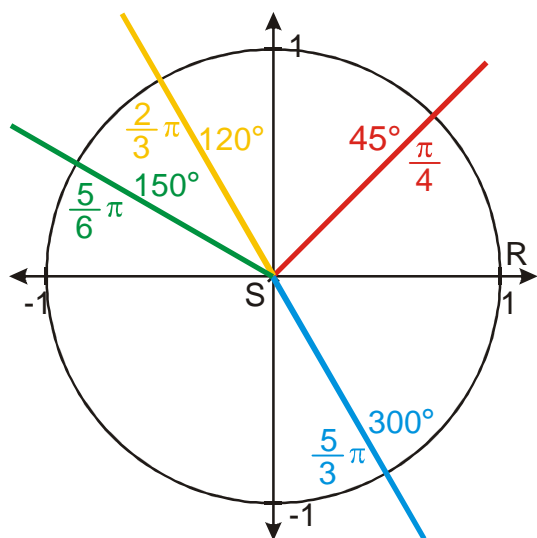
První kvadrant: $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ nebo $\alpha \in (0^\circ; 90^\circ)$.

Druhý kvadrant: $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ nebo $\alpha \in (90^\circ; 180^\circ)$.

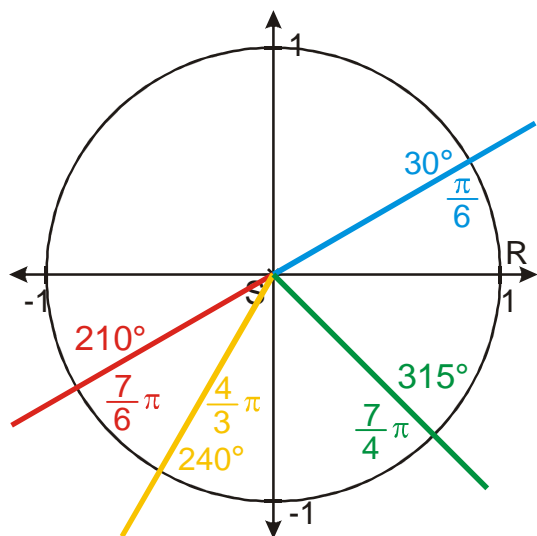
Třetí kvadrant: $x \in \left(\pi; \frac{3}{2}\pi\right)$ nebo $\alpha \in (180^\circ; 270^\circ)$.

Čtvrtý kvadrant: $x \in \left(\frac{3}{2}\pi; 2\pi\right)$ nebo $\alpha \in (270^\circ; 360^\circ)$.

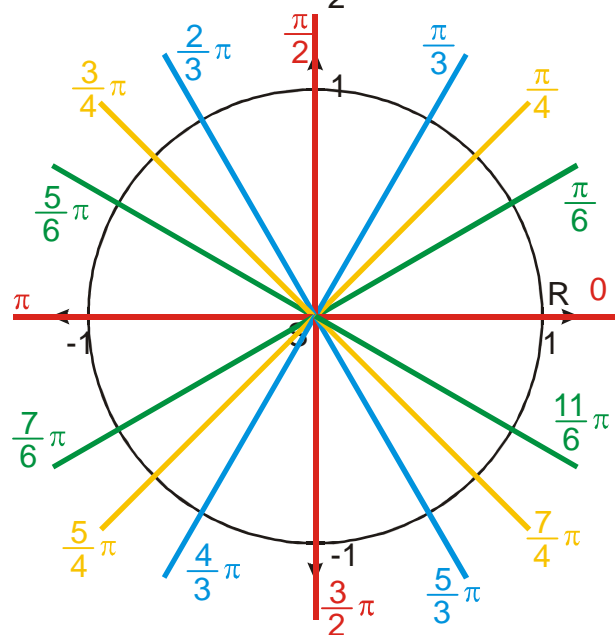
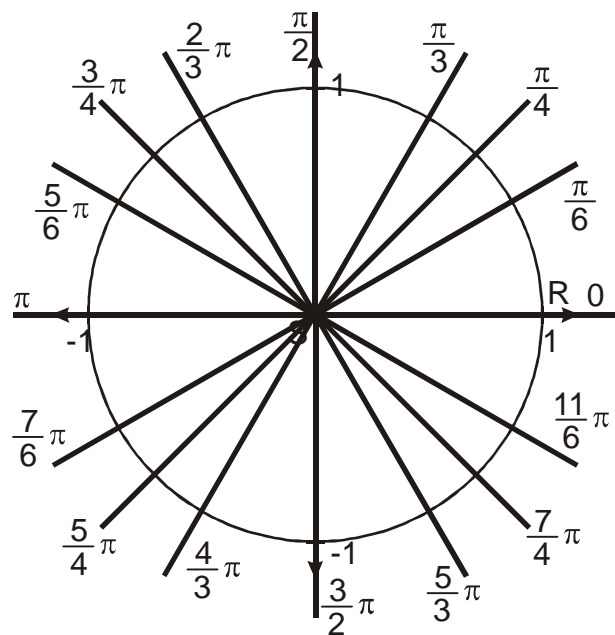
- Př. 6:** Načrtni do obrázku jednotkové kružnice koncová ramena následujících úhlů:
 a) $\alpha = 45^\circ$ b) $\beta = 150^\circ$ c) $\gamma = 300^\circ$ d) $\delta = 120^\circ$
 Ke každému z úhlů napiš také velikost v obloukové míře.



- Př. 7:** Načrtni do obrázku jednotkové kružnice koncová ramena následujících úhlů:
 a) $x_1 = \frac{7}{6}\pi$ b) $x_2 = \frac{7}{4}\pi$ c) $x_3 = \frac{\pi}{6}$ d) $x_4 = \frac{4}{3}\pi$
 Ke každému z úhlů napiš také velikost v desetinné míře.



Př. 8: Zakresli do jednoho obrázku koncová ramena všech úhlů v tabulce hodnot goniometrických funkcí. Pokus se najít souvislost mezi polohou koncových ramen úhlů a tvarem, kterým jsou zapsány jejich velikosti v úhlové míře.



Zakreslené úhly můžeme rozdělit do čtyř skupin:

- „půlkové“ úhly: násobky $\frac{\pi}{2}$ (nakreslené červeně)
- „čtvrtinové“ úhly: úhly zapsané zlomky se čtyřkou ve jmenovateli (nakreslené žlutě)
- „třetinové“ úhly: úhly zapsané zlomky s trojkou ve jmenovateli (nakreslené modře)
- „šestinové“ úhly: úhly zapsané zlomky se šestkou ve jmenovateli (nakreslené zeleně)

Ramena úhlů v každé skupině (kromě „půlkových“ úhlů, kde to platí pouze částečně) jsou navzájem osově (podle některé ze souřadných) nebo středově (podle počátku) souměrná.

Navíc ramena:

- „půlkových“ úhlů leží na osách souřadnic,
- „čtvrtinových“ úhlů leží na osách kvadrantů,
- „třetinových“ úhlů se přimykají více k ose y než k ose x ,
- „šestinových“ úhlů se přimykají více k ose x než k ose y .

Shrnutí: Rozdělení tabulkových úhlů podle tvaru zlomků odpovídá rozdělení podle polohy koncového ramene.