

5.1.3 Obrazy těles ve volném rovnoběžném promítání I

Předpoklady: 5102

Pedagogická poznámka: K obrazům těles ve volném rovnoběžném promítání je možné přistoupit dvěma způsoby:

- Látku v podstatě přeskočit a ukázat studentům, jakým způsobem vypadají narýsované obrazy (jak je to v učebnici).
- Pokusit se studenty dovést k tomu, aby pomocí tři v podstatě velmi jednoduchých pravidel samostatně dokázali nakreslit obraz libovolného tělesa v libovolné poloze.

Já osobně postupuju tímto způsobem, ze dvou důvodů:

- Jde o krásný příklad toho, jak si studenti mohou nacvičit používání stále stejných základních pravidel v pro ně dost různých situacích.
- Studenti si musí být schopni na tělesech v různých polohách najít přímky rovnoběžné a kolmé k průmětně, což je docela zajímavé cvičení prostorové představivosti.

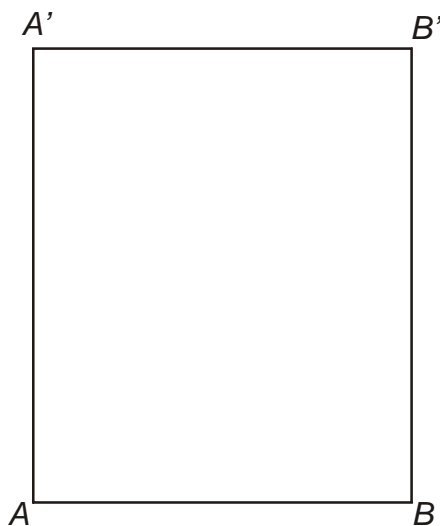
Nejdříve si zopakujeme pravidla, podle kterých můžeme rýsovat. Pravidla uvádíme od nejvíce a nejsnáze používaných k méně a hůře použitelným.

- Útvary rovnoběžné s průmětnou se zobrazují na útvary shodné. (\Rightarrow pokud o nějaké stěně tělesa víme, že je rovnoběžná s průmětnou, můžeme ji nakreslit ve skutečné velikosti.)
- Úsečky kolmé k průmětně se zobrazí na úsečky zkrácené na polovinu, svírající s úhlem 45° s obrazy vodorovných a svislých přímk. (\Rightarrow úsečky kolmé k průmětně můžeme kreslit zkrácené na polovinu pod úhlem 45°).
- Úsečky navzájem rovnoběžné se zobrazí na úsečky navzájem rovnoběžné, jejich poměry se zachovávají. (\Rightarrow pokud víme o dvou úsečkách, že jsou rovnoběžné a známe průmět jedné z nich, průmět druhé bude s tímto průmětem rovnoběžný a poměry průmětů budou stejné jako poměry původních úseček)

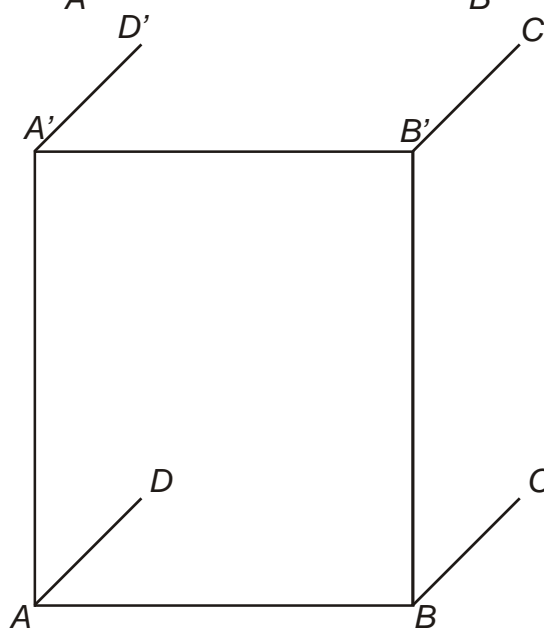
Př. 1: Narýsuj ve volném rovnoběžném promítání obraz kvádru $ABCD A' B' C' D'$ o rozměrech $a = |AB| = 5 \text{ cm}$, $b = |BC| = 4 \text{ cm}$, $c = |AA'| = 6 \text{ cm}$. Kvádr stojí na své nejmenší stěně tak, že jeho největší stěna je rovnoběžná se svislou průmětnou.

Ze zadání je zřejmé, že přední i zadní stěna jsou rovnoběžné s průmětnou a proto je můžeme nakreslit jako shodné útvary. Zbývající předozaďní hrany jsou na průmětnu kolmé a na obrázku se zkrátí na polovinu skutečné délky.

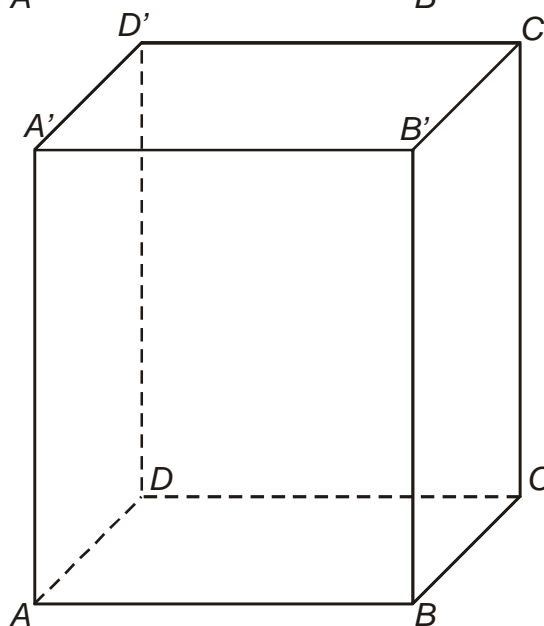
Nejdříve nakreslíme přední stěnu – obdélník $ABA'B'$ o stranách $b = 5\text{ cm}$ a $c = 6\text{ cm}$.



Předozaďní hrany BC , AD , $A'D'$ a $B'C'$ jsou kolmé k průmětně \Rightarrow můžeme je nakreslit z již narysovaných vrcholů zkrácené na polovinu, pod úhlem 45° .



Dokončíme obrázek a vyznačíme viditelnost hran.



Pedagogická poznámka: Následující příklad je velmi důležitý z hlediska „zachovávání pravidel“. Studenti se v minulosti již mnohokrát setkali s průmětem krychle a

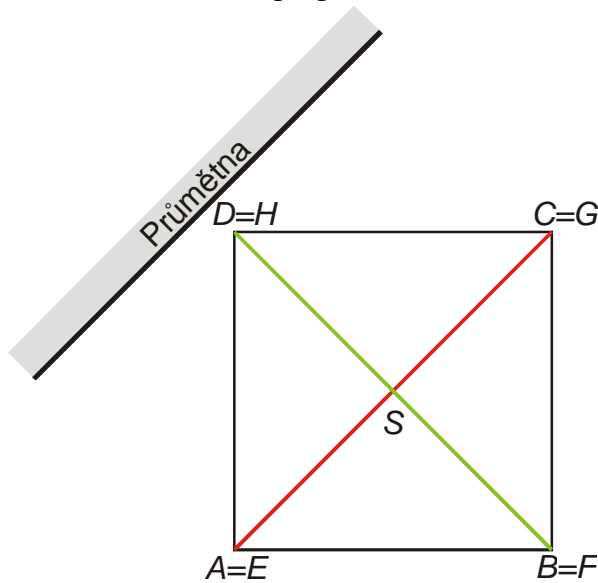
proto jim jeho klasické provedení v pravém nadhledu přijde přirozené. Teď však musí svoji zkušenost opustit a nakreslit něco zcela jiného.

Situaci jim můžete ulehčit tím, že doopravdy postavíte před tabuli krychli v této poloze, pak totiž musejí uznat, že klasický obrázek situaci nezachycuje.

Př. 2: Nakresli ve volném rovnoběžném promítání obraz krychle $ABCDEFGH$ o straně $a = 5\text{ cm}$, jejíž stěnové úhlopříčky AC a EG jsou rovnoběžné s průmětnou.

Problém: Žádná stěna krychle není rovnoběžná s průmětnou, žádná hrana není na průmětnu kolmá \Rightarrow musíme najít v krychli nějaký útvar, který je s průmětnou rovnoběžný a nějaké úsečky, které jsou na průmětnu kolmé.

Načrtneme si situaci při pohledu seshora:

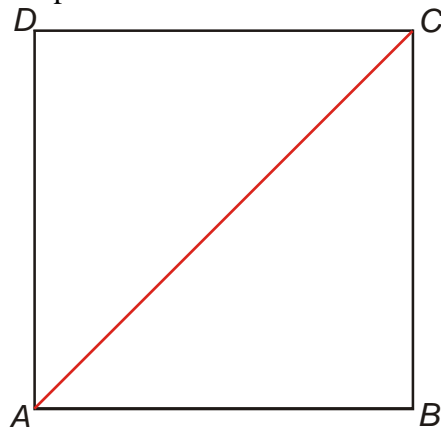


Při pohledu seshora vidíme dvě význačné úsečky:

- úsečka AC je rovnoběžná s průmětnou (její délka se zachovává)
- úsečka BD je kolmá k průmětně (kreslíme ji pod úhlem 45° zkrácenou na polovinu)

Všechny svislé hrany (v obrázku je nevidíme) jsou s průmětnou také rovnoběžné \Rightarrow můžeme nakreslit obdélník $ACEG$ (je rovnoběžný s průmětnou).

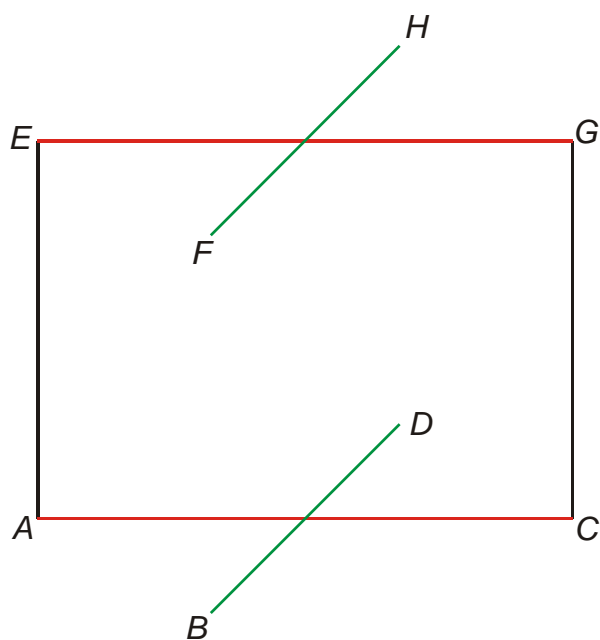
Neznám délku strany $AC \Rightarrow$ nakreslíme si stranu podstavu krychle a z ní si délku úsečky AC přeneseme.



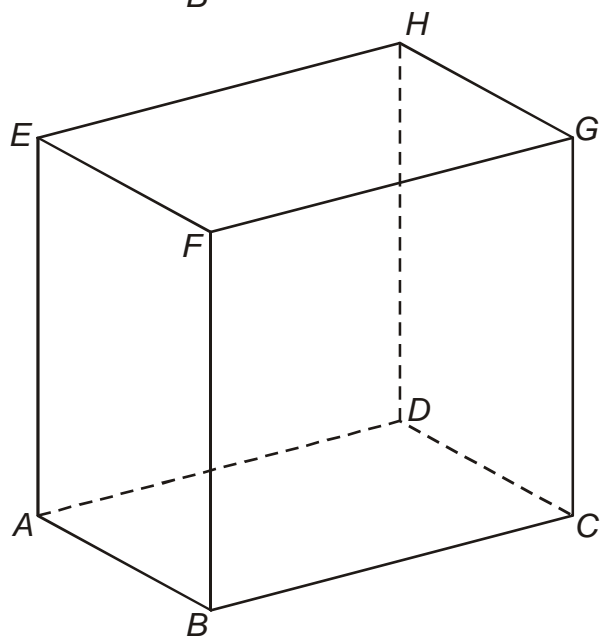
\Rightarrow



Ke zbývajícím vrcholům se dostaneme pomocí úseček BD a GH . Jsou kolmé k průmětně a prochází středy úhlopříček AC a EG , které již máme narýsované



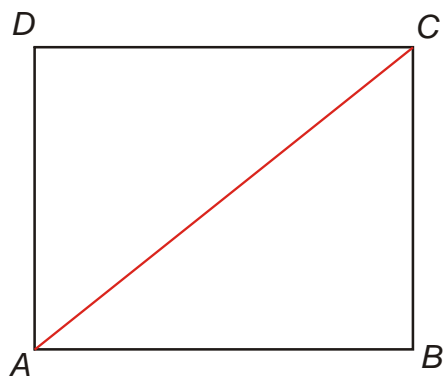
Dokreslíme hrany krychle a vyznačíme jejich viditelnost.



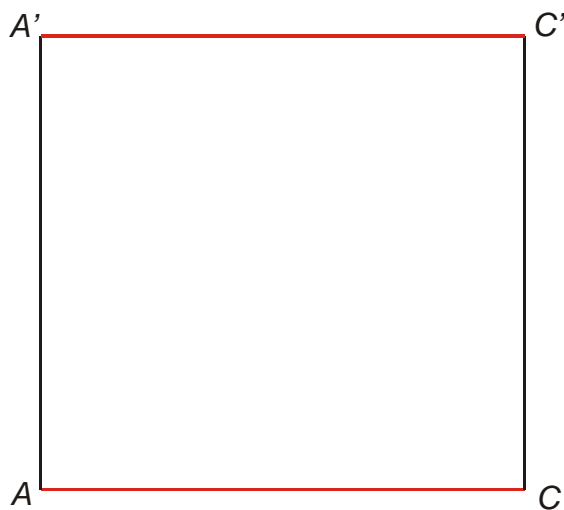
Př. 3: Narýsuj ve volném rovnoběžném promítání obraz kvádrů $ABCD A' B' C' D'$ o rozměrech $a = 4 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$, $c = 6 \text{ cm}$. Kvádr stojí na své nejmenší stěně tak, že stěnová úhlopříčka podstavy AC je rovnoběžná s průmětnou.

Problém: Žádná stěna kvádrů není rovnoběžná s průmětnou, žádná hrana není na průmětnu kolmá \Rightarrow musíme najít v krychli nějaký útvar, který je s průmětnou rovnoběžný a nějaké úsečky, které jsou na průmětnu kolmé.

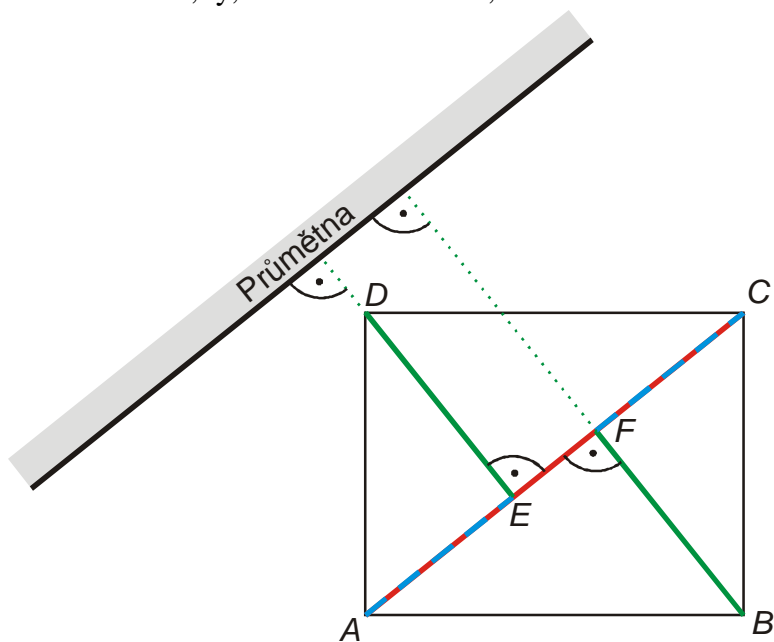
Můžeme nakreslit obdélník $ACA' C'$ (je rovnoběžný s průmětnou). Neznáme délku strany $AC \Rightarrow$ nakreslíme si stranou podstavu kvádrů a z ní si délku úsečky AC přeneseme.



⇒



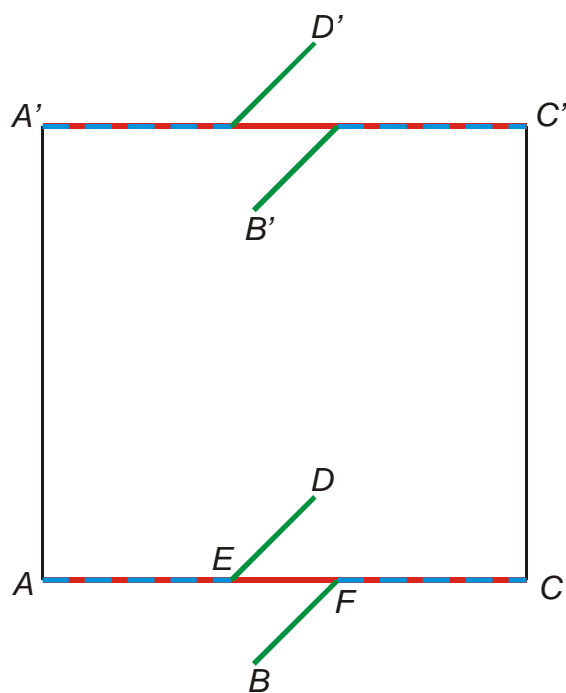
Potřebujeme nakreslit body B a D . Na rozdíl od krychle nemůžeme použít úhlopříčku BD , protože není kolmá na úhlopříčku AC a tedy ani na průmětnu. Stejně jako u krychle však můžeme využít obrázek podstavy $ABCD$ a najít potřebné vzdálenosti v něm. Ty, které leží na úhlopříčce AC , budeme přenášet ve skutečné velikosti do svého obrázku, ty, které budou kolmé, budeme zkracovat na polovinu.



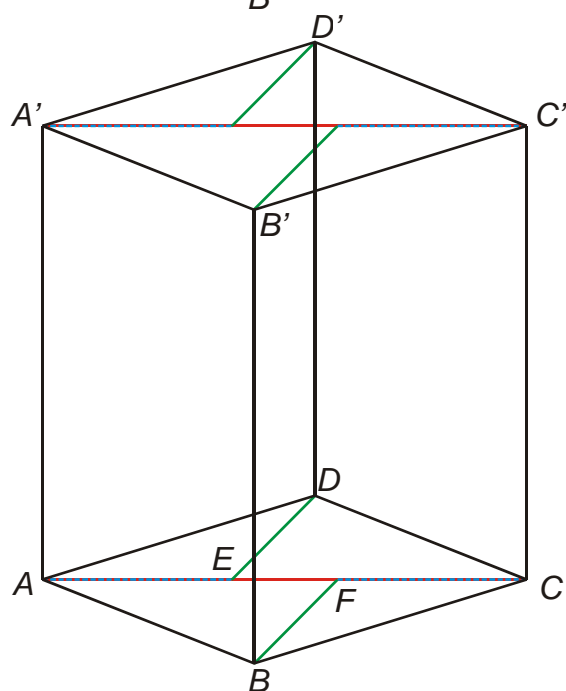
Protože vzdálenosti na úhlopříčce AC se zachovávají můžeme snadno přenést body E a F do obrázku.

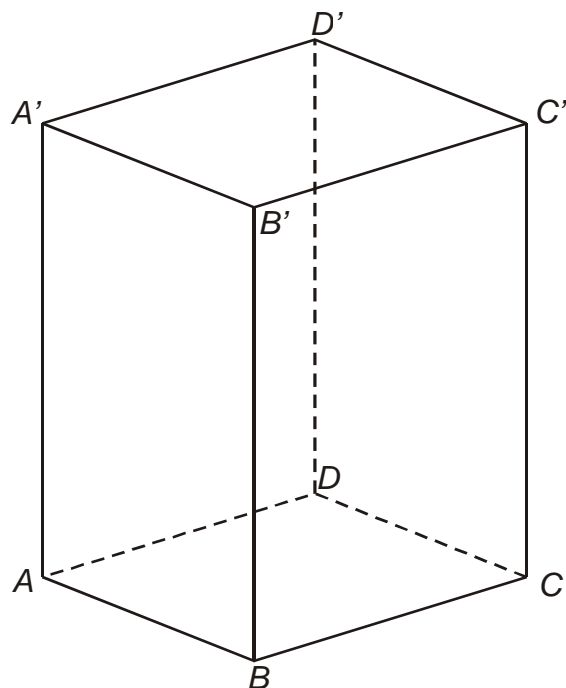
Úsečky FB a ED jsou kolmé k průmětně, nakreslíme je tedy pod úhlem 45° zkrácené na polovinu.

Stejně budeme postupovat v horní podstavě s body B' a D' .



Nyní nakreslím hrany kváдру a vyznačím jejich viditelnost.

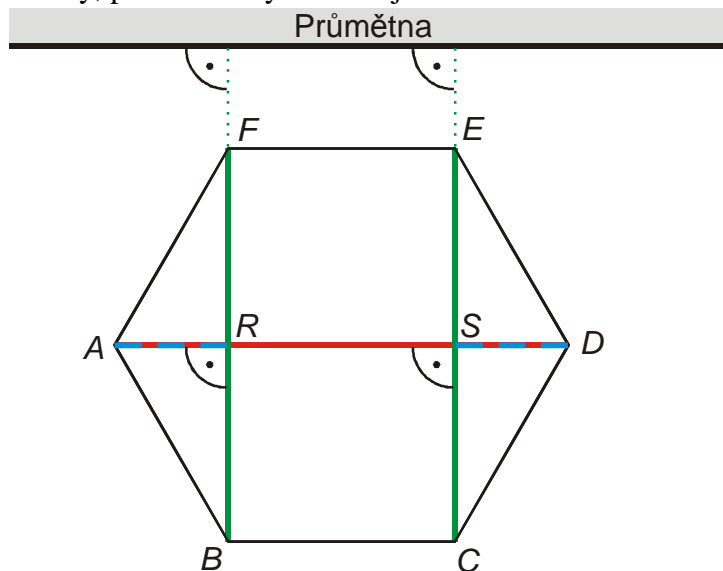




Konečný obrázek:

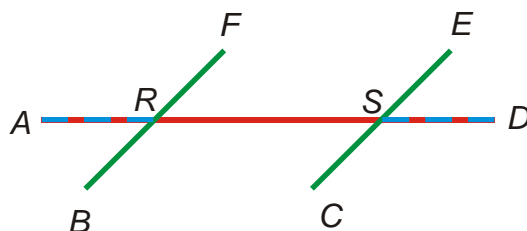
Př. 4: Narýsuj ve volném rovnoběžném promítání obraz pravidelného šestibokého hranolu $ABCDEF A'B'C'D'E'F'$ pro nějž platí: $a = |AB| = 3 \text{ cm}$, $v = 5 \text{ cm}$. Hranol stojí na podstavě $ABCDEF$ tak, že stěnová úhlopříčka podstavy AD je rovnoběžná s průmětnou.

Narýsujeme si obrázek podstavy ve skutečné velikosti a v něm najdeme rovnoběžné i kolmé úsečky, pomocí kterých sestojíme obraz v rovnoběžném promítání.



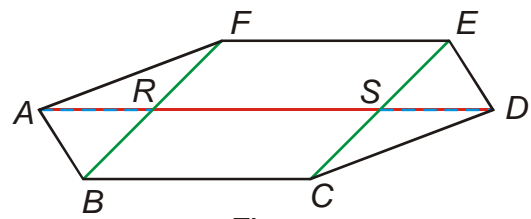
z obrázku můžeme sestavit postup na nakreslení podstavy:

- Narýsujeme úsečku AD .
- Na úsečce vyznačíme body R a S (vzdálenosti AR a DS se zachovávají)
- Úsečky BF a CE nakreslíme v bodech

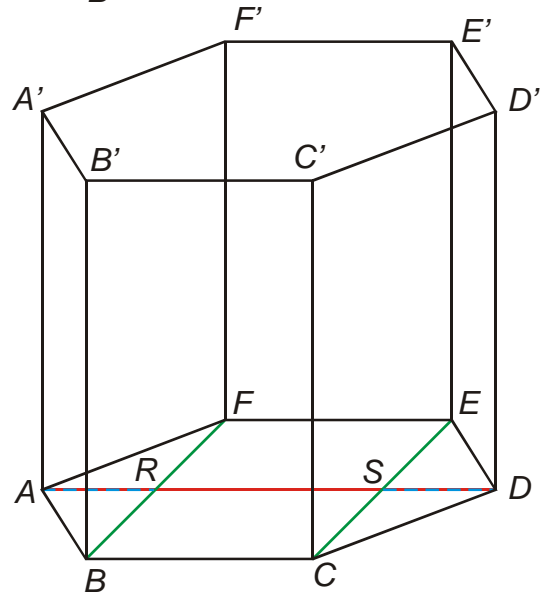


R a S pod úhlem 45° zkrácené na polovinu (jsou kolmé k průmětně).

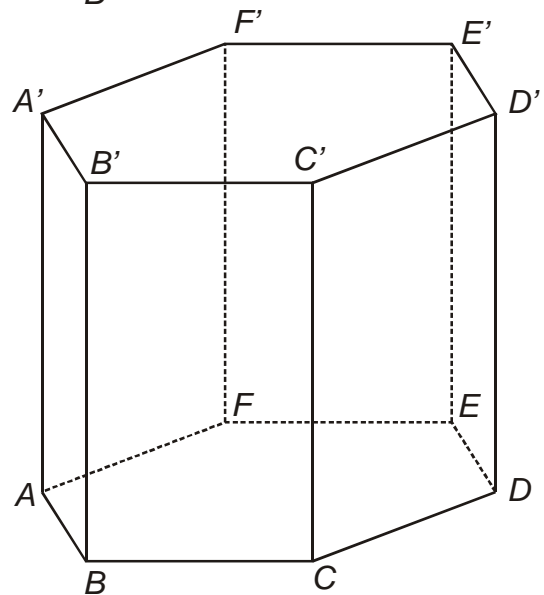
Narýsujeme průmět šestiúhelníku dolní podstavy.



Svislé hrany (jako AA') jsou rovnoběžné s průmětnou \Rightarrow kreslíme je ve skutečné velikosti.



Vytáhneme výsledek a vyznačíme viditelnost hran.



Shrnutí: Při kreslení volných rovnoběžných průmětů využíváme úsečky rovnoběžné s průmětnou a kolmé na průmětnu.