5.2.3 Kolmost přímek a rovin I

Př. 1: Doplň vztahy mezi přímkami *p*, *q*, *r* v prostoru.
a) Je-li $p \perp q$ a $q \parallel r$, pak … b) Je-li $p \parallel q$ a $q \perp r$, pak …

Př. 2: Rozhodni, zda pro přímky *p*, *q*, *r* v prostoru platí věty:
a) Je-li $p \parallel r$ a $q \perp r$, pak $p \perp q$. b) Je-li $p \perp q$ a $q \perp r$, pak $p \parallel r$.
Pokud věta neplatí, najdi protipříklad na přímkách určených vrcholy standardní krychle.

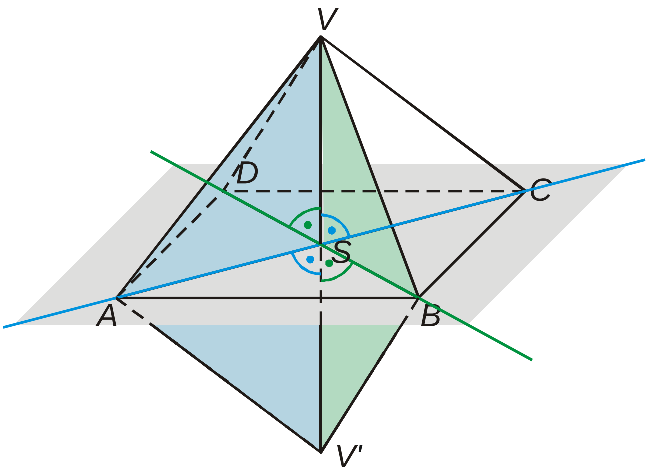
Př. 3: Rozhodni, které z dvojic přímek určených vrcholy standardní krychle jsou navzájem kolmé. Příklad řeš nejdříve bez obrázku, jen „v hlavě".
a) AB, BC b) CD, EH c) AB, EG d) AD, CH

Př. 4: U standardní krychle *ABCDEFGH* najdi příklad toho, že přímka nemusí být kolmá k rovině, když je kolmá ke dvěma rovnoběžným přímkám v rovině.

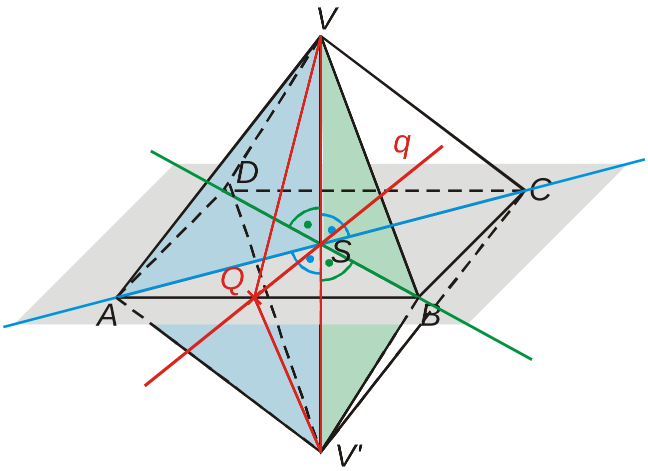
Př. 5: Je dána standardní krychle *ABCDEFGH*. Dokaž, že přímka *BD* je kolmá k rovině *ACE*.

Př. 6: Je dán pravidelný čtyřstěn *ABCD*. Dokaž, že platí $AB \perp CD$.

Př. 7: (BONUS) V klasické učebnici je kritérium kolmosti přímky a roviny dokazováno způsobem uvedeným níže. Zobecni důkaz pro přímku *p* kolmou k přímkám *a*, *b* v rovině ρ. Přímky *a*, *b* nejsou navzájem kolmé a neprochází patou kolmice přímky *p*.



Je dán pravidelný čtyřboký jehlan *ABCDV*. Předpokládáme, že přímky *VS* je kolmá k přímkám *AC* a *BD* roviny *ABC* (vybarvená šedě). Na přímce *VS* sestrojíme bod *V'* tak, aby platilo $|VS| = |VS'|$ (vznikne tak jehlan $ABCDV'$ shodný s jehlanem *ABCDV*).
Trojúhelník *ASV* (modrý) je shodný s trojúhelníkem ASV' (věta *sss*).
Trojúhelník *BSV* (zelený) je shodný s trojúhelníkem BSV' (věta *sss*).



Nakreslíme si libovolnou přímku q ležící v rovině ABC. Její průsečík s přímkou AB označíme Q. Dokazujeme, že trojúhelníky QSV a QSV' jsou shodné. Víme: $|VS| = |VS'| \Rightarrow$ potřebujeme $|QV| = |QV'|$. Trojúhelníky QAV a QAV' jsou shodné (věta *sus*) $\Rightarrow$ platí $|QV| = |QV'| \Rightarrow QSV$ a QSV' jsou shodné (věta *sss*) $\Rightarrow$ úhly QSV a QSV' jsou shodné, dohromady se rovnají přímému úhlu $\Rightarrow$ jsou kolmé $\Rightarrow$ přímka VS je kolmá na přímku q.