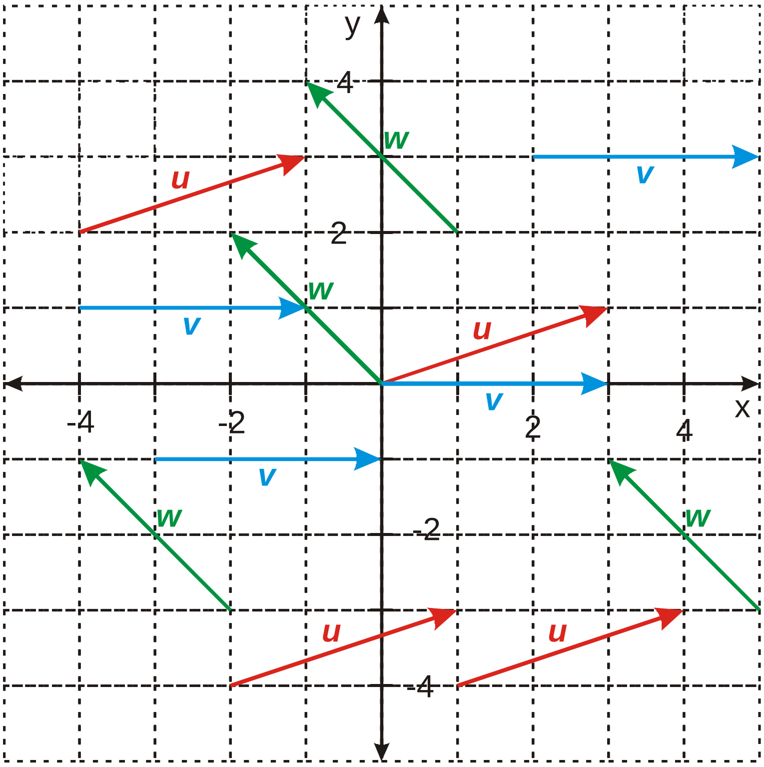
7.2.3 Velikost vektoru

Předpoklady: 7201

Pedagogická poznámka: Následující hodina nezabere 45 minut, zbytek hodiny můžete věnovat začátku další, která je naopak příliš dlouhá.

Př. 1: Zakresli do soustavy souřadnic alespoň dvě různá umístění vektorů:
a) $\boldsymbol{u} = (3;1)$ b) $\boldsymbol{v} = (3;0)$ c) $\boldsymbol{w} = (-2;2)$



Pedagogická poznámka: Předchozí příklad není zbytečný. Je nutné u studentů neustále kontrolovat zda mají představu vektoru jako množiny šipek s danou velikostí a směrem.

Všechny orientované úsečky, které jsou umístěním vektoru, mají stejnou velikost $\Rightarrow$ má smysl mluvit o velikosti vektoru.
Zřejmě je velikost vektoru $\boldsymbol{u}$ (značíme $|\boldsymbol{u}|$) rovna délce libovolné orientované úsečky $\boldsymbol{AB}$, která je jeho umístěním $|\boldsymbol{u}| = |\boldsymbol{AB}|$.
Jestliže $|\boldsymbol{u}| = 1$ říkáme, že vektor $\boldsymbol{u}$ je **jednotkový**.

Jak spočítáme velikost vektoru?
Umíme spočítat vzdálenost dvou bodů $\Rightarrow$ vezmeme krajní body libovolného umístění $\boldsymbol{AB}$ vektoru $\boldsymbol{u}$: $A[a_1;a_2;a_3]$, $B[b_1;b_2;b_3]$ a určíme jejich vzdálenost.

Velikost orientované úsečky $\boldsymbol{AB}$: $|AB| = \sqrt{(b_1-a_1)^2 + (b_2-a_2)^2 + (b_3-a_3)^2} = |\boldsymbol{u}|$.

Rádi bychom počítali velikost vektoru z jeho souřadnic.
platí: $b_1 - a_1 = u_1$, $b_2 - a_2 = u_2$, $b_3 - a_3 = u_3$

$$|\boldsymbol{u}| = |AB| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2 + (b_3 - a_3)^2} = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}$$

Pro každý vektor $\boldsymbol{u} = (u_1; u_2; u_3)$ platí $|\boldsymbol{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}$

Pro každý vektor $\boldsymbol{u} = (u_1; u_2)$ platí $|\boldsymbol{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$

Př. 2: Je dán vektor $\boldsymbol{u} = \left(2; -\sqrt{5}\right)$. Urči $|\boldsymbol{u}|$.

$$|\boldsymbol{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2} = \sqrt{2^2 + \left(-\sqrt{5}\right)^2} = \sqrt{9} = 3$$

Př. 3: Je dán vektor $\boldsymbol{v} = (1; -2; 3)$. Urči $|\boldsymbol{v}|$.

$$|\boldsymbol{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2} = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 3^2} = \sqrt{14}$$

Př. 4: Urči vektor $\boldsymbol{w}$ jestliže platí: $w_x = -3$ a $|\boldsymbol{w}| = 5$.

Musíme určit druhou souřadnici vektoru w_y.

$$|\boldsymbol{w}| = \sqrt{w_x^2 + w_y^2} = 5$$

$$\sqrt{(-3)^2 + w_y^2} = 5 \qquad /^2$$

$$(-3)^2 + w_y^2 = 25$$

$$w_y^2 = 16$$

$$w_y^2 - 16 = 0$$

$$(w_y - 4)(w_y + 4) = 0$$

$$w_{y1} = 4 \qquad w_{y2} = -4$$

$w = (-3; 4)$ nebo $w = (-3; -4)$

Př. 5: Petáková:
strana 100/cvičení 18
strana 100/cvičení 19

Shrnutí: Velikost vektoru spočteme pomocí Pythagorovy věty.