7.3.8 Nerovnice pro polorovinu

Př. 1: Urči průsečík přímek *p* a *q*. Na základě výsledku rozhodni o jejich vzájemné poloze.

$p: \begin{array}{l} x = 2+5t \\ y = 5+4t, t \in R \end{array}$, $q: 4x-5y+15=0$.

$$\begin{array}{l} x = 2+5t \\ y = 5+4t \\ \underline{4x-5y+15=0} \end{array} \quad \Rightarrow \quad 4(2+5t)-5(5+4t)+15=0 \qquad -2=0$$

soustava nemá řešení $\Rightarrow$ přímky nemají společný bod $\Rightarrow$ přímky *p*, *q* jsou rovnoběžné

Př. 2: Rozhodni, zda se přímka $r: x-2y-1=0$ protíná s úsečkou *PQ*, $P[-3;3]$, $Q[0;2]$. Příklad řeš v levé polovině stránky.

úsečka *PQ*: $\begin{array}{l} x = -3+3t \\ y = 3-t, t \in \langle 0;1 \rangle \end{array}$, $t \in \langle 0;1 \rangle$ - jde pouze o úsečku s počátečním bodem *P*

$-3+3t-2(3-t)-1=0 \qquad 5t=10 \qquad t=2$ $\Rightarrow$ průsečík přímky *p* s přímkou *PQ* leží na polopřímce *PQ* za bodem *Q* $\Rightarrow$ Přímka *r* se s úsečkou *PQ* neprotíná.

Př. 3: Je dána přímka $r: ax+by+c=0$ a body $P[p_1;p_2]$, $Q[q_1;q_2]$. Napiš parametrické vyjádření přímky *PQ* a urči průsečík přímky *r* s úsečkou *PQ*. Příklad řeš v pravé polovině stránky analogicky předchozímu příkladu s konkrétním zadáním.

PQ: $\begin{array}{l} x = p_1+t(q_1-p_1) \\ y = p_2+t(q_2-p_2) \end{array}$

$$\begin{array}{l} x = p_1+t(q_1-p_1) \\ y = p_2+t(q_2-p_2) \\ ax+by+c=0 \end{array}$$

$$a\left[p_1+t(q_1-p_1)\right]+b\left[p_2+t(q_2-p_2)\right]+c=0$$

výraz $ap_1+at(q_1-p_1)+bp_2+bt(q_2-p_2)+c$:

- znamená hodnotu (číslo), kterou získáme dosazením bodu na přímce *PQ* do rovnice přímky *r* (jakmile zvolíme *t*, máme konkrétní bod)
- jde o předpis lineární funkce proměnné *t*: $f(t): Y = At+B$, kde platí:

  $$At+B=\left[a(q_1-p_1)+b(q_2-p_2)\right]t+ap_1+bp_2+c=0$$

Jaká je **hodnota funkce** $f(t): Y = At+B$ **v bodě *P***? $\qquad f(P)=f(0)=ap_1+bp_2+c=$

Jaká je **hodnota funkce** $f(t): Y = At+B$ **v bodě *Q***? $\qquad f(Q)=f(1)=aq_1+bq_2+c=$

funkce $f(t): Y = At+B$ musí dosáhnout nulové hodnoty.

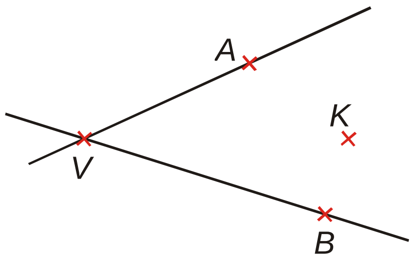
úsečka *PQ* se protne s přímkou *r* právě když, mají čísla $f(P)=f(0)=ap_1+bp_2+c$ a $f(Q)=f(1)=aq_1+bq_2+c$ opačná znaménka

Jestliže přímka *p* má obecnou rovnici $ax+by+c=0$, pak jedna polorovina s hraniční přímkou *p* je množina bodů $X[x;y]$, pro které platí $ax+by+c \geq 0$ a druhá polorovina je množina bodů $X[x;y]$, pro které platí $ax+by+c \leq 0$.

Př. 4: Rozhodni, zda body $P[-3;3]$, $Q[0;2]$ leží v jedné polorovině ohraničené přímkou $r: x-2y-1=0$.

- dosazení bodu $P[-3;3]$ do rovnice přímky *r*: $x-2y-1=-3-2\cdot 3-1=-10$
- dosazení bodu $Q[0;2]$ do rovnice přímky *r*: $x-2y-1=0-2\cdot 2-1=-5$

Př. 5: Jsou dány body $A[1;2]$, $B[-1;-1]$, $V[-3;1]$ a $K[5;-6]$. Rozhodni výpočtem, zda bod *K* leží uvnitř konvexního úhlu *AVB*.



Z obrázku je vidět, že pokud má bod *K* ležet uvnitř konvexního úhlu *AVB* musí:

- vzhledem k hraniční přímce *VB* ležet ve stejné polorovině jako bod *A*
- vzhledem k hraniční přímce *VA* ležet ve stejné polorovině jako bod *B*

hraniční přímka *VB*

směrový vektor: $B-V=(2;-2)\Rightarrow \boldsymbol{u}_{VB}=(1;-1)$

normálový vektor: $\boldsymbol{n}_{VB}=(1;1) \Rightarrow$ rovnice: $x+y+c=0$

dosadíme bod *B*: $(-1)+(-1)+c=0\Rightarrow c=2$

obecná rovnice přímky *VB*: $x+y+2=0$

dosadíme bod *A*: $x+y+2=1+2+2=5$

dosadíme bod *K*: $x+y+2=5+(-6)+2=1$

$\Rightarrow$ stejná znaménka $\Rightarrow$ body *A* a *K* leží ve stejné polorovině s hraniční přímkou *VB*

hraniční přímka *VA*

směrový vektor: $A-V=(4;1)\Rightarrow \boldsymbol{u}_{VA}=(4;1)$

normálový vektor: $\boldsymbol{n}_{VB}=(1;-4) \Rightarrow$ rovnice: $x-4y+c=0$

dosadíme bod *A*: $1-4\cdot 2+c=0\Rightarrow c=7$

obecná rovnice přímky *VA*: $x-4y+7=0$

dosadíme bod *B*: $x-4y+7=(-1)-4(-1)+7=10$

dosadíme bod *K*: $x-4y+7=5-4(-6)+7=26$

$\Rightarrow$ stejná znaménka $\Rightarrow$ body *B* a *K* leží ve stejné polorovině s hraniční přímkou *VA*

$\Rightarrow$ bod *K* leží uvnitř konvexního úhlu *AVB*.

Př. 6: Petáková:
strana 106/cvičení 24 a)
strana 106/cvičení 26
strana 106/cvičení 28