7.3.10 Úsekový tvar rovnice přímky

Př. 1: Jakou podmínku splňují body ležící na ose *x*? Pomocí dvou bodů na ose *x* sestav parametrickou a obecnou rovnici této přímky.

Body na ose *x* například: $[2;0]$, $[15;0]$, $[-3;0]$ $\Rightarrow$ (jde o body $[x;0]$)

Parametrické vyjádření: $\begin{aligned} x &= 0+t \\ y &= 0, t \in R \end{aligned}$ (jasné, *x*-ová souřadnice bodů na ose *x* může být cokoliv, *y*-ová je nulová)

Obecná rovnice: $\boldsymbol{u} = (1;0)$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{n} = (0;1)$ $\Rightarrow$ rovnice $0x + y + c = 0$ Rovnice osy *x*: $y = 0$

Př. 2: Jakou podmínku splňují body ležící na ose *y*? Pomocí dvou bodů na ose *x* sestav parametrickou a obecnou rovnici této přímky.

Parametrické vyjádření: Body $[0;1]$, $[0;2]$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{u} = (0;1)$, bod $[0,0]$ $\begin{aligned} x &= 0 \\ y &= 0+t, t \in R \end{aligned}$

Obecná rovnice: $\boldsymbol{u} = (0;1)$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{n} = (1;0)$ $\Rightarrow$ rovnice $x + 0y + c = 0$

Rovnice osy *y*: $x = 0$ (jasné jde o vyjádření podmínky ze začátku příkladu pomocí rovnice)

Př. 3: Je dána přímka $p: 3x + 4y - 12 = 0$. Urči průsečíky přímky *p* s osami *x* a *y*.

Průsečík s osou *x* $\Rightarrow$ nulová *y*-ová souřadnice $\Rightarrow$ $A[a_x;0]$.

$a_x = 4$ $\Rightarrow$ přímka *p* se protíná s osou *x* v bodě $A[4;0]$.

Průsečík s osou *y* $\Rightarrow$ nulová *x*-ová souřadnice $\Rightarrow$ $B[0;b_y]$.

$b_y = 3$ $\Rightarrow$ přímka *p* se protíná s osou *y* v bodě $B[0;3]$.

Zkusíme si upravit rovnici přímky: $3x + 4y - 12 = 0$ $\quad 3x + 4y = 12 \quad /:12$ $\quad \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$

získali jsme **úsekový tvar rovnice přímky**

Př. 4: Dosazením ověř, zda platí, že přímka napsaná ve tvaru $\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$, kde $p \neq 0$ a $q \neq 0$ se protíná se souřadnými osami v bodech $P[p;0]$ a $Q[0;q]$.

Dosadíme $P[p;0]$: $\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$

$\frac{p}{p} + \frac{0}{q} = 1$ $\quad 1 = 1$

Dosadíme $Q[0;q]$: $\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$

$\frac{0}{p} + \frac{q}{q} = 1$ $\quad 1 = 1$

Jsou dány body $P[p;0]$ a $Q[0;q]$, kde $p \neq 0$ a $q \neq 0$ (tedy body *P* a *Q* jsou body na souřadnicových osách různé od počátku). Přímka *PQ* má rovnici $\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$.

Je-li přímka napsaná ve tvaru $\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$, kde $p \neq 0$ a $q \neq 0$, protíná se souřadnými osami v bodech $P[p;0]$ a $Q[0;q]$.

Rovnice $\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$ se nazývá úsekový tvar přímky.

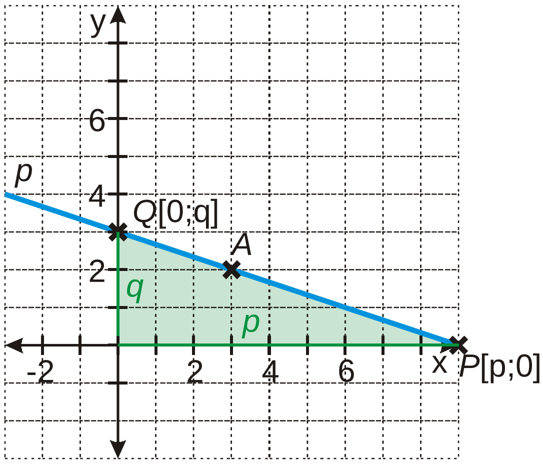
Př. 5: Rozhodni, které přímky není možné zapsat v úsekovém tvaru.

přímky rovnoběžné se souřadnými osami, přímky procházející počátkem

Př. 6: Jsou dány body $A[-1;0]$ a $B[0;4]$. Zapiš rovnici přímky *AB* v úsekovém tvaru a ve tvaru obecné rovnice přímky.

Známe průsečíky se souřadnými osami $\Rightarrow \frac{x}{-1}+\frac{y}{4}=1$ $\qquad 4x-y+4=0$

Př. 7: Je dán bod $A[3;2]$. Urči přímku *p* tak, aby procházela bodem *A* s spolu s osami určovala trojúhelník o obsahu 13,5.



značíme $P[p;0]$ a $Q[0;q]$.

1. trojúhelníku vypočteme podle vzorce $S=\frac{ab}{2}=\frac{pq}{2}=13,5$.

2. Přímku *p* můžeme zapsat v úsekovém tvaru: $\frac{x}{p}+\frac{y}{q}=1$. $\frac{3}{p}+\frac{2}{q}=1$.

Řešíme soustavu: $\begin{aligned}\frac{pq}{2}&=13,5 \quad /\cdot 2\\ \frac{3}{p}+\frac{2}{q}&=1 \quad /\cdot pq\end{aligned}$ $\qquad pq=27 \Rightarrow q=\frac{27}{p} \quad 3q+2p=pq$

Dosadíme za *q* a získáme rovnici: $3\frac{27}{p}+2p=p\frac{27}{p}$

$2p^2-27p+81=0 \qquad p_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-(-27)\pm\sqrt{(27)^2-4\cdot 2\cdot 81}}{2\cdot 2}=\frac{27\pm 9}{4}$

$p_1=\frac{27+9}{4}=9 \qquad p_2=\frac{27-9}{4}=4,5$

$p_1=9 \Rightarrow q_1=\frac{27}{p_1}=\frac{27}{9}=3$

Rovnice přímky v úsekovém tvaru: $\frac{x}{9}+\frac{y}{3}=1$

Obecná rovnice přímky: $x+3y-9=0$

$p_2=4,5 \Rightarrow q_2=\frac{27}{p_2}=\frac{27}{4,5}=6$

Rovnice přímky v úsekovém tvaru: $\frac{x}{4,5}+\frac{y}{6}=1$

Obecná rovnice přímky: $4x+3y-18=0$

Př. 8: Petáková:
strana 106/cvičení 18 $\qquad$ strana 106/cvičení 21 a) c)