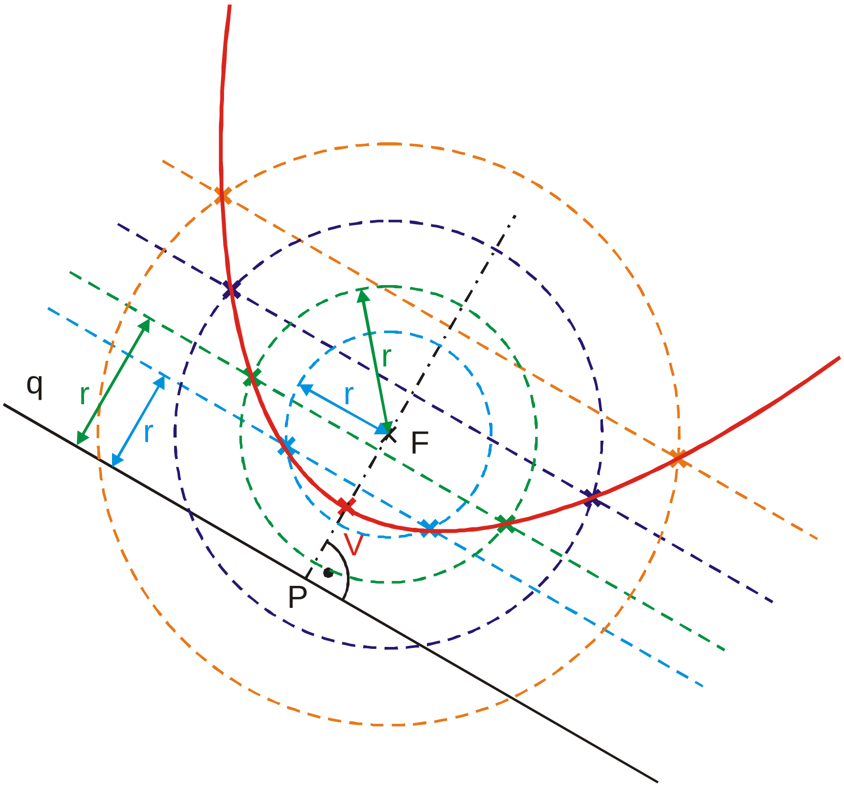
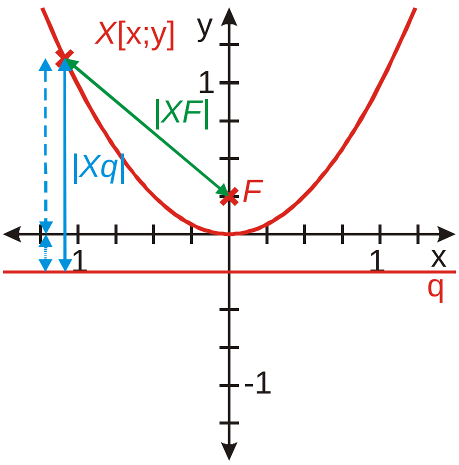
7.5.12 Parabola

Př. 1: V rovině je dán bod F a přímka q, která jím neprochází. Nakresli několik bodů paraboly, pro kterou je bod F ohniskem a přímka q řídící přímkou.



Př. 2: Urči řídící přímku paraboly $y = x^2$ za předpokladu, že jejím ohniskem je bod $F\left[0;\frac{1}{4}\right]$.

Př. 3: Dokaž, že grafem kvadratické funkce $y = x^2$ je parabola s ohniskem v bodě $F\left[0;\frac{1}{4}\right]$ a řídící přímkou $y = -\frac{1}{4}$.



Určujeme vzdálenost $|Xq|$.

Vzdálenost $|Xq|$ je složena ze dvou částí:

- čárkovaná část se rovná y-souřadnici bodu X,
- tečkovaná (krátká) se rovná $\frac{1}{4}$.

$\Rightarrow$ Platí: $|Xq| = \left|y + \frac{1}{4}\right|$. (absolutní hodnota zajišťuje platnost vztahu i pro záporné hodnoty y)

$\sqrt{(x-0)^2 + \left(y - \frac{1}{4}\right)^2} = \left|y + \frac{1}{4}\right| \quad /^2 \qquad x^2 + y^2 - \frac{1}{2}y + \frac{1}{16} = y^2 + \frac{1}{2}y + \frac{1}{16} \qquad x^2 = y$

Př. 4: Osa paraboly je shodná s osou y, vrchol paraboly leží v počátku soustavy souřadnic. Vzdálenost mezi ohniskem a řídící přímkou si označíme p. Urči souřadnice ohniska paraboly a rovnici její řídící přímky. Dosazením do podmínky pro body paraboly odvoď její rovnici.

$F\left[0;\frac{p}{2}\right]$, $y=-\frac{p}{2}$, $|XF|=|Xq|$ $\quad |Xq|=\left|y+\frac{p}{2}\right|$. $\sqrt{(x-0)^2+\left(y-\frac{p}{2}\right)^2}=\left|y+\frac{p}{2}\right| \quad /^2$

$x^2+\left(y-\frac{p}{2}\right)^2=\left(y+\frac{p}{2}\right)^2 \quad x^2+y^2-py+\frac{p^2}{4}=y^2+py+\frac{p^2}{4} \quad x^2=2py$

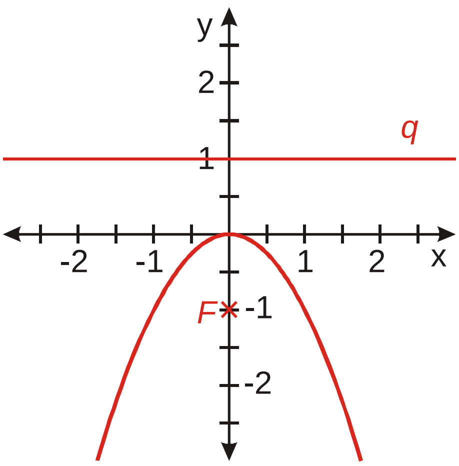
Parabola s ohniskem $F\left[0;\frac{p}{2}\right]$ a řídící přímkou $y=-\frac{p}{2}$ je dána rovnicí $x^2=2py$ (kde $p>0$ je vzdálenost ohniska od řídící přímky). Vrcholem této paraboly je bod $V[0;0]$, osou paraboly je souřadná osa *y* a parabola leží v polorovině $y\geq 0$.

Př. 5: Parabola je dána rovnicí $y=\frac{x^2}{4}$. Urči souřadnice ohniska, rovnici řídící přímky a načrtni její obrázek.

Upravíme si rovnici do tvaru $x^2=2py$: $y=\frac{x^2}{4} \Rightarrow x^2=4y \Rightarrow x^2=2\cdot 2y$.

Ohnisko paraboly: $F\left[0;\frac{p}{2}\right]=F[0;1]$. $\quad$ Řídící přímka: $y=-\frac{p}{2}=-\frac{2}{2}=-1$.

Př. 6: Parabola je dána rovnicí $x^2=-4y$. Urči souřadnice ohniska, rovnici řídící přímky a načrtni její obrázek.



Ohnisko paraboly: $F\left[0;-\frac{p}{2}\right]=F[0;-1]$. $\quad$ Řídící přímka: $y=\frac{2}{2}=1$

Př. 7: Urči souřadnice ohniska, rovnici řídící přímky a načrtni obrázek parabol daných rovnicí: a) $y^2=4x$ $\quad$ b) $y^2=-4x$.

a) $F\left[\frac{p}{2};0\right]=F[1;0]$ $x=-\frac{p}{2}=-\frac{2}{2}=-1$.b) $F\left[-\frac{p}{2};0\right]=F[-1;0]$. $x=\frac{p}{2}=\frac{2}{2}=1$.

Př. 8: Je dána kvadratická funkce $y=ax^2$. Urči její ohnisko a řídící přímku.

$y=ax^2 \Rightarrow x^2=\frac{1}{a}y \Rightarrow x^2=2\frac{1}{2a}y$. $p=\frac{1}{2a}$. $F\left[0;\frac{p}{2}\right]=F\left[0;\frac{1}{4a}\right]$. $y=-\frac{p}{2}=-\frac{1}{4a}$.

Př. 9: Petáková:
strana 127/cvičení 57 b) d)